

УДК 535.42:621.373.826

ОПТИЧЕСКИЕ ИМПУЛЬСЫ В НЕЭРМИТОВОЙ СРЕДЕ ВБЛИЗИ СИНГУЛЯРНОСТИ

© 2025 г. В. А. Бушуев, Б. И. Манцызов*

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова», Москва, Россия

*e-mail: bmantsyzov@gmail.com

Поступила в редакцию 06.09.2024 г.

После доработки 16.09.2024 г.

Принята в печать 30.09.2024 г.

Спектральным методом решена задача взаимодействия коротких оптических импульсов с РТ-симметричными фотонными кристаллами в условиях частотной сингулярности. Показано, что при малом отклонении от особой точки спонтанного распада РТ-симметричных мод поля возникают частотные сингулярности коэффициентов пропускания и отражения структуры. Это приводит к значительному сужению спектров импульсов и увеличению их амплитуды и длительности при однонаправленном брэгговском отражении.

Ключевые слова: РТ-симметрия, спектральная сингулярность, короткие оптические импульсы, динамическая брэгговская дифракция

DOI: 10.31857/S0367676525010013, EDN: DCKTPJ

ВВЕДЕНИЕ

После того, как в неэрмитовых квантово-механических системах с симметрией четность-время (parity-time, РТ-симметрией) были обнаружены состояния с действительными собственными значениями энергии [1, 2], эта идея была обобщена на различные физические волновые процессы — оптические [3–6], акустические [7], в связанных механических осцилляторах [8], в электрических цепях [9] и др. В оптике в неэрмитовых средах с РТ-симметричной комплексной функцией диэлектрической проницаемости $\epsilon(\vec{r}) = \epsilon^*(-\vec{r})$, т. е. в средах с усилением и поглощением (рис. 1а),

могут распространяться РТ-симметричные моды поля с действительными значениями волновых чисел [3, 4]. Примеры периодических сред такого типа детально описаны, например, в работах [10–13]. Важной особенностью РТ-симметричных сред является наличие особой точки (ОТ) спонтанного распада РТ-симметричных состояний [14, 15], в которой происходит вырождение собственных волн и при изменении баланса усиления и поглощения появляются РТ-несимметричные моды, распространяющиеся с усилением и поглощением. Вблизи ОТ наблюдаются новые оптические явления, такие как: однонаправленное отражение Брэгга, или однонаправленная невидимость [16–18]; повышение прозрачности пассивных РТ-симметричных сред при росте их поглощающей способности [14, 19]; асимметричное деление коротких лазерных импульсов в особой точке в диспергирующей РТ-симметричной среде [20]; изменение структуры излучения мощных диодных лазеров при возникновении РТ-симметричных мод в лазерном резонаторе [21]; частотная сингулярность [22, 23]. Однако до настоящего времени рассматривалось главным образом взаимодействие монохроматических волн или протяженных наносекундных импульсов с РТ-симметричными средами. Распространение же коротких пикосекундных и субпикосекундных импульсов, особенно вблизи частотной сингулярности, оставалось мало изученным.

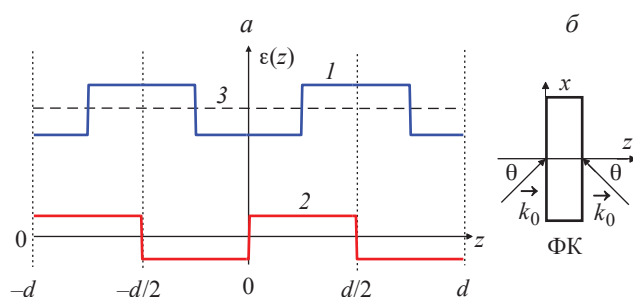


Рис. 1. Четная (кривая 1) и нечетная (кривая 2) функции распределения реальной и мнимой частей резонансной диэлектрической проницаемости в РТ-симметричном фотонном кристалле (а), штриховая линия 3 — ϵ_0 ; схемы падения импульсов (б) слева ($k_{0z} > 0$) и справа ($k_{0z} < 0$) на ФК.

В настоящей статье исследуется взаимодействие коротких оптических импульсов с РТ-симметричными периодическими структурами, или фотонными кристаллами (ФК), в случае частотной сингулярности спектральных коэффициентов отражения $R(\omega)$ и прохождения $T(\omega)$, в том числе с учетом материальной дисперсии. Задача линейной динамической брэгговской дифракции импульсов в ФК решена спектральным методом в двухволновом приближении. Для восстановления РТ-симметричных свойств среды использован метод широкополосной квази-РТ-симметрии [24]. Показано, что в особой точке распада РТ-симметричных мод поля коэффициенты отражения и прохождения фотонных кристаллов конечной толщины не имеют сингулярностей, и длительности отраженных и проходящих импульсов изменяются незначительно. Однако, даже при малом отклонении от ОТ при определенной толщине ФК возникают частотные сингулярности коэффициентов $R(\omega)$ и $T(\omega)$. В результате возникает значительное сужение спектров импульсов и увеличение их длительности. Имеет место также однонаправленное брэгговское отражение и усиление импульсов в случае широкополосной квази-РТ-симметрии в ФК с материальной дисперсией.

ТЕОРИЯ

Пусть на поверхность $z = 0$ ограниченного одномерного резонансного РТ-симметричного ФК (рис. 1) падает короткий оптический импульс (волновой пакет)

$$E_{in}(\vec{r}, t) = A_{in}(x, t) \exp(i\vec{k}_0 \cdot \vec{r} - i\omega_0 t), \quad (1)$$

где $A_{in}(x, t)$ — комплексная медленно меняющаяся амплитуда, $\vec{k}_0 = (k_0 \sin \theta, sk_0 \cos \theta)$, θ — угол падения, $k_0 = \omega_0/c$, ω_0 — центральная частота, c — скорость света, $s = +1$ при падении слева, $s = -1$ при падении справа (рис. 1б).

Диэлектрическая проницаемость РТ-симметричного ФК описывается функцией вида

$$\epsilon(z, \omega) = \epsilon_0 + \epsilon' \cos(hz) + \tilde{\epsilon}'(\omega) \sin(hz) + i\tilde{\epsilon} \gg (\omega) \sin(hz), \quad (2)$$

где $\epsilon_0 + \epsilon' \cos(hz)$ — действительная четная функция, $\tilde{\epsilon}'(\omega) \sin(hz)$ и $i\tilde{\epsilon} \gg (\omega) \sin(hz)$ — нечетные функции действительной и мнимой частей диэлектрической проницаемости, обусловленные резонансными атомами, $h = 2\pi/d$ — модуль вектора обратной решетки ФК, d — период решетки. Появление нечетного действительного слагаемого в (2) связано с соотношением Крамерса–Кронига, которое следует из принципа причинности и неминуемо приводит к нарушению условия РТ-симметрии резонансной среды для части спектра оптического импульса [25]. Однако использование условия широкополосной квази-РТ-симметрии, когда ши-

рина спектра импульса гораздо меньше, чем ширина спектральной линии неоднородного уширения среды, позволяет минимизировать слагаемое $\tilde{\epsilon}'(\omega) \ll \tilde{\epsilon}''(\omega)$ в (2) и в значительной степени восстановить РТ-симметричные свойства среды для квазимонохроматического импульса [17, 20, 24].

Граничная задача динамической брэгговской дифракции решается спектральным методом вблизи условия Брэгга в двухволновом приближении [20, 24]. Падающий на ФК импульс поля (1) представляется в виде интеграла Фурье

$$E_{in}(x, t) = \int_{-\infty}^{\infty} A_{in}(\Omega) \exp(ik_x x - i\Omega t) d\Omega, \quad (3)$$

где $A_{in}(\Omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} A_{in}(t') \exp(i\Omega t') dt'$ — спектральная амплитуда падающего импульса, $t' = t - x \sin \theta/c$, $\Omega = \omega - \omega_0$. Из уравнения Гельмгольца

$$\Delta E(\vec{r}, \omega) + \epsilon(z, \omega) k^2 E(\vec{r}, \omega) = 0, \quad (4)$$

где $k = \omega/c$, и граничных условий на границах ФК $z = 0, L$ для каждой спектральной компоненты поля $E(x, z, \omega)$ в ФК в двухволновом приближении (вблизи условия Брэгга) аналитически находятся спектральные амплитуды прямых $A_0(\Omega)$ и дифрагированных $A_h(\Omega)$ волн и соответствующие дисперсионные соотношения для z -проекции волновых векторов $q_{0z}(\Omega)$ и $q_{hz}(\Omega) = q_{0z}(\Omega) - sh$ внутри ФК:

$$q_{0z}^{(1,2)} = \frac{sh}{2} \pm \left(\frac{k^2}{h} \right) \sqrt{\alpha^2 - \epsilon_1 \epsilon_{-1}}, \quad (5)$$

где величина $\alpha = \frac{h}{k^2} \left((\epsilon_0 k^2 - q_{0x}^2)^{1/2} - \frac{h}{2} \right)$ определяет отклонение от точного брэгговского условия $\alpha = 0$;

$$\epsilon_1 = \frac{\epsilon' + i\tilde{\epsilon}(\omega)}{2} = \frac{\epsilon' - \tilde{\epsilon}''(\omega) + i\tilde{\epsilon}'(\omega)}{2}, \quad (6)$$

$$\epsilon_{-1} = \frac{\epsilon' - i\tilde{\epsilon}(\omega)}{2} = \frac{\epsilon' + \tilde{\epsilon}''(\omega) - i\tilde{\epsilon}'(\omega)}{2}$$

— коэффициенты в разложении функции (2) в ряд Фурье.

Как видно из выражений (5) и (6), РТ-симметричные моды поля, соответствующие действительным величинам $q_{0z}^{(1,2)}$, могут распространяться в ФК вблизи брэгговского условия $\alpha \ll 1$ только в том случае, если величина $-\epsilon_1 \epsilon_{-1} > 0$, т.е. при достаточно большом усилении в среде, когда $\tilde{\epsilon}''(\omega) > \epsilon'$. Равенство $\tilde{\epsilon}''(\omega) = \epsilon'$ соответствует особой точке спонтанного распада РТ-симметричных решений при определенной частоте ω_0 , когда действительная часть резонансной диэлектрической проницаемости $\tilde{\epsilon}'(\omega) = \tilde{\epsilon}'(\omega_0) = 0$.

Поля прямой $E_0(x, z, t)$ и дифрагированной $E_h(x, z, t)$ волн в любой точке среды в каждый

момент времени вычисляются с помощью фурье-синтеза:

$$E_g(x, z, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ A_{g1}(\Omega) \exp \left[i \left(q_{0z}^{(1)} - sf \right) z \right] + A_{g2}(\Omega) \exp \left[i \left(q_{0z}^{(2)} - sf \right) z \right] \right\} \times \exp(iq_{0x}x - i\omega t) d\Omega, \quad (7)$$

где $g = 0, h$ — индексы, относящиеся к проходящей и дифрагированной волнам, соответственно; $f = 0$, если $g = 0$, и $f = h$, если $g = h$.

Амплитуды волн в ФК $A_{01,02}$ находятся из граничных условий. При падении импульса на левую поверхность $z = 0$, т. е. при $k_{0z} > 0$: $E_0(z = 0) = A_{01} + A_{02} = A_{in}(\Omega)$ и $E_h(z = L) = R_1 A_{01} \exp(iq_{0z}^{(1)}L) + R_2 A_{02} \exp(iq_{0z}^{(2)}L) = 0$. Отсюда легко получить следующие выражения для амплитуд $A_{01,02}$:

$$A_{01} = \frac{A_{in}(\Omega)}{1 - P}, \quad A_{02} = -\frac{PA_{in}(\Omega)}{1 - P}, \quad (8)$$

где $P = (R_1/R_2) \exp(i2\varphi)$, $2\varphi = (q_{0z}^{(1)} - q_{0z}^{(2)})L$, $R_{1,2} = -(\alpha \mp s\sqrt{\alpha^2 - \varepsilon_1\varepsilon_{-1}})/\varepsilon_{-s}$.

В случае падения импульса на правую поверхность ФК $z = L$, т. е. при $k_{0z} < 0$ и $q_{0z} < 0$, граничные условия имеют вид $E_0(z = L) = A_{01} \exp(iq_{0z}^{(1)}L) + A_{02} \exp(iq_{0z}^{(2)}L) = A_{in}(\Omega)$, $E_h(z = 0) = R_1 A_{01} + R_2 A_{02} = 0$, откуда

$$A_{01} = \frac{A_{in}(\Omega)}{1 - P} \exp(-iq_{0z}^{(1)}L), \quad (9)$$

$$A_{02} = \frac{PA_{in}(\Omega)}{1 - P} \exp(-iq_{0z}^{(2)}L).$$

Так как в случае падения волнового пакета $k = k_0 + \Omega/c$ и $k_{0x} = k \sin \theta$, то параметр отстройки α имеет следующий явный вид $\alpha = \alpha(\Omega) = (h/k^2) \left[(k_0 + \Omega/c) \sqrt{\varepsilon_0 - \sin^2 \theta} - h/2 \right]$.

Спектральные амплитудные коэффициенты прохождения $T(\Omega) = A_0(L, \Omega)/A_{in}(\Omega) = [A_{01}(\Omega)e^{iq_{0z}^{(1)}L} + A_{02}(\Omega)e^{iq_{0z}^{(2)}L}]/A_{in}(\Omega)$

и отражения $R_1(\Omega) = A_h(0, \Omega)/A_{in}(\Omega) = [A_{h1}(\Omega) + A_{h2}(\Omega)]/A_{in}(\Omega)$ полей при падении излучения на левую ($k_{0z} > 0$) поверхность $z = 0$ ФК имеют вид (здесь $A_{hj} = R_j A_{0j}$, $s = 1$):

$$T(\Omega) = \frac{1}{1 - P} \left(1 - \frac{R_1}{R_2} \right) \exp(isq_{0z}^{(1)}L), \quad (10)$$

$$R_{1,r}(\Omega) = \frac{R_1}{1 - P} \left[1 - \exp \left\{ is \left(q_{0z}^{(1)} - q_{0z}^{(2)} \right) L \right\} \right].$$

Случаю падения излучения справа ($k_{0z} < 0$) соответствует значение $s = -1$ в (10).

РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

Для удобства дальнейшего анализа запишем спектральные амплитудные коэффициенты отражения $R(\Omega)$ и прохождения ФК в иной форме:

$$T(\Omega) = \frac{W}{W \cos \varphi - i\alpha \sin \varphi}, \quad (11)$$

$$R_{1,r}(\Omega) = i \frac{\varepsilon'(1 \mp \sigma) \sin \varphi}{2 [W \cos \varphi - i\alpha \sin \varphi]} = i \frac{\varepsilon'(1 \mp \sigma) \sin \varphi}{2W} T(\Omega), \quad (12)$$

где

$$W = \sqrt{\alpha^2 - \varepsilon_1\varepsilon_{-1}}, \quad (13)$$

$$\varphi = k^2 WL/h, \quad (14)$$

индексы $\langle l, r \rangle$ и знаки «-» и «+» в (12) соответствуют коэффициентам отражения при падении излучения на левую $z = 0$ и правую $z = L$ границу ФК. Величина $\alpha = \alpha_\Omega - \alpha_\theta$ определяет отклонение от точного брэгговского условия по углу $\Delta\theta = \theta - \theta_B = 0$ и частоте $\Omega = 0$, где $\alpha_\Omega = 2(\Omega/\omega_0)\varepsilon_0 \cos^2 \theta_B$, $\alpha_\theta = \Delta\theta \varepsilon_V \sin 2\theta_{BV}$, $\cos \theta_B = \lambda_0/2d\sqrt{\varepsilon_0}$, $\sin \theta_{BV} = \sqrt{\varepsilon_0 - \varepsilon_V} \sin \theta_B$, ε_V — диэлектрическая проницаемость среды, окружающей ФК.

Отметим, что коэффициент прохождения $T(\Omega)$ (11) не зависит от направления падения излучения на ФК, тогда как коэффициент отражения $R(\Omega)$ (12) изменяется значительно вплоть до $R_1(\Omega = 0) = 0$, $R_1(\Omega = 0) \gg 1$ — однонаправленное отражение.

В случае широкополосной квази-РТ-симметрии, когда материальная дисперсия мала, т. е. $\tilde{\varepsilon}'(\omega) \approx \tilde{\varepsilon}'(\omega_0) = 0$, из (6) следует, что

$$-\varepsilon_1\varepsilon_{-1} = (\tilde{\varepsilon}''^2 - \varepsilon'^2)/4 = \varepsilon'^2(\sigma^2 - 1)/4, \quad (15)$$

где величина $\sigma = \tilde{\varepsilon}''/\varepsilon'$ характеризует близость к ОТ $\sigma = 1$.

Из выражений (7), (11) и (12) видно, что для нахождения временной зависимости полей прошедшего $E_{T1}(L, t) = E_{T1}(0, t)$ и отраженного $E_{R1}(0, t)$, $E_{R1}(L, t)$ импульсов необходимо вычислить следующие интегралы преобразования Фурье для проходящего и отраженного импульсов ($x = 0$):

$$E_T(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{W}{W \cos \varphi - i\alpha \sin \varphi} \times A_{in}(\Omega) \exp(-i\omega t) d\Omega, \quad (16)$$

$$E_{R1,r}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} i \frac{\varepsilon'(1 \mp \sigma) \sin \varphi}{2 [W \cos \varphi - i\alpha \sin \varphi]} \times A_{in}(\Omega) \exp(-i\omega t) d\Omega.$$

Фаза (14)

$$\varphi = \frac{k^2 WL}{h} = \frac{k^2 Nd}{h} \sqrt{\alpha^2 + \frac{\varepsilon'^2(\sigma^2 - 1)}{4}} \quad (17)$$

варьируется при изменении толщины $L = Nd$ фотонного кристалла и параметра близости к ОТ σ , здесь N — число периодов.

Как видно из выражений (11), (13)–(15), точно в ОТ, т. е. при $\sigma = 1$, коэффициент прохождения (11) равен

$$T(\Omega) = \frac{1}{\cos \varphi - i(\alpha/\sqrt{\alpha^2}) \sin \varphi} = \frac{1}{\cos \varphi \pm i \sin \varphi}, \quad (18)$$

т. е. $|T(\Omega)| = 1$ при любых действительных α . При отклонении от ОТ, $\sigma \neq 1$, вблизи условия Брэгга $|\alpha| \ll 1$ у функций $T(\Omega)$ и $R(\Omega)$ появляются спектральные сингулярности, или полюсы функций (нули в знаменателях). Действительно, в простейшем случае $\alpha = 0$, $W \neq 0$ в (11) получаем $T(\Omega) = 1/\cos \varphi$. Таким образом, возникают частотные сингулярности $T(\Omega_j), R(\Omega_j) \rightarrow \infty$ на частотах Ω_j при значениях фаз

$$\varphi = \frac{\pi}{2}(2j + 1), \quad (19)$$

где $j = 0, 1, 2, \dots$

В случае наличия сингулярности, для корректного вычисления интегралов в (16) необходимо перейти к интегрированию в комплексной плоскости комплексной переменной, т. е. к комплексным частотам $\Omega = \Omega' + i\Omega''$. Как известно [20, 26], из принципа причинности следует, что в интеграле

$$\chi(z, \omega) = \int_0^\infty \tilde{\chi}(z, t') \exp(i\omega t') dt', \quad (20)$$

связывающем комплексную диэлектрическую восприимчивость $\chi(z, \omega)$ и действительную функцию Грина $\tilde{\chi}(z, t')$, время задержки отклика системы t' есть положительная величина, $t' > 0$. Следовательно, в случае аналитической функции Грина и комплексной частоты $\omega = \omega' + i\omega''$ функция $\chi(z, \omega)$ в (20) также будет аналитической, если $\text{Im} \omega > 0$, т. е. в верхней комплексной полуплоскости комплексной переменной. Таким образом, принцип причинности может соблюдаться только при $\Omega'' > 0$, однако это необходимое, но не достаточное условие для соблюдения принципа причинности. Полюсы функций в области $\Omega'' > 0$ при вычислении интегралов (16) следует учитывать таким образом, чтобы контур интегрирования не включал эти полюсы. В этом случае поля $E_T(t), E_R(t)$ не будут возрастать в области $t < 0$. Иными словами, контур интегрирования в (16) следует выбирать выше полюсов Ω_j'' функций $T(\Omega), R(\Omega)$, рис. 2, либо, помимо интегрирования вдоль действительной оси $\Omega = \Omega'$, необходимо осуществить обход полюсов и вычислить суммы вычетов [27–29]:

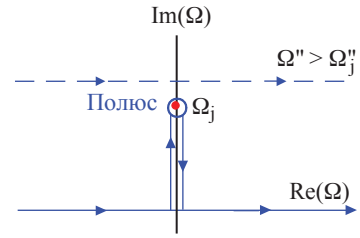


Рис. 2. Иллюстрация двух возможных путей при интегрировании функций со спектральной сингулярностью: интегрирование вдоль действительной оси частот при $\Omega'' > \Omega_j''$ и вдоль траектории с обходом полюса в точке Ω_j .

$$E_T(t) = \int_{-\infty+i\gamma}^{\infty+i\gamma} T(\Omega) A_{in}(\Omega) \exp(-\omega t) d\Omega, \quad (21)$$

$$E_{Rl,r}(t) = \int_{-\infty+i\gamma}^{\infty+i\gamma} R_{l,r}(\Omega) A_{in}(\Omega) \exp(-\omega t) d\Omega,$$

где $\Omega = \Omega' + i\gamma$, $\gamma > \Omega_j''$, $-\infty < \Omega' < +\infty$. Несоблюдение этого требования приводит к нарушению принципа причинности — отраженное излучение появляется раньше, чем на среду приходит падающий импульс. Если же полюсы находятся в нижней полуплоскости, $\Omega_j'' < 0$, то достаточно интегрирования вдоль вещественной оси $\Omega = \Omega'$.

Из (17) и (19) следует, что первой точке сингулярности при $\varphi = \pi/2$ соответствует критическое значение толщины ФК на центральной частоте $L_{cr} = \pi h/k_0^2 \sqrt{4\alpha^2 + \varepsilon'^2 (\sigma^2 - 1)}$. Аналитические и численные расчеты показали, что при $L > L_{cr}$ полюсы Ω_j'' функций $T(\Omega)$ и $R(\Omega)$ лежат в верхней полуплоскости, т. е. $\Omega_j'' > 0$, а при $L < L_{cr}$ — в нижней полуплоскости, $\Omega_j'' < 0$. Случай $L > L_{cr}$ соответствует процессу лазерной генерации, когда интенсивность поля в ФК быстро возрастает во времени. Это приводит к нелинейному взаимодействию излучения с веществом, которое не описывается в нашей линейной модели.

На рис. 3 представлены графики модулей спектров отражения импульсов $R_r(\Omega')$ (12) при различных параметрах близости к ОТ σ , причем все значения $\sigma > 1$, т. е. в ФК распространяются РТ-симметричные моды. Из сравнения графиков видно, что при $\sigma = 1.1$ спектр отраженного импульса значительно уже не только по сравнению со спектром падающего импульса, кривая 4, но и по отношению к спектрам при других близких значениях $\sigma = 1.11; 1.09$. Величина коэффициента отражения при $\sigma = 1.1$ многократно увеличивается. Это связано с появлением в ФК частотной сингулярности, поскольку при данном значении σ и выбранном числе периодов $N = 109$ величина фазы в (11), (12) близка к критическому значению $\varphi \approx \pi/2$.

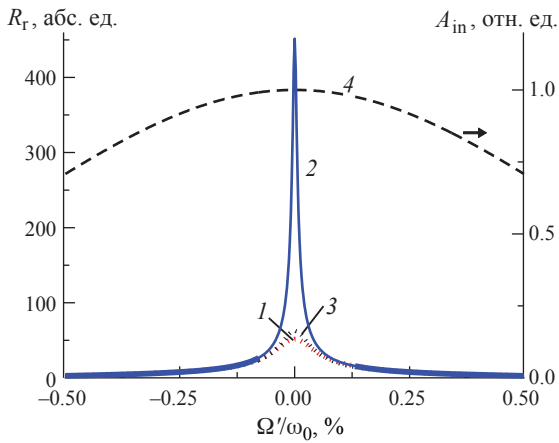


Рис. 3. Спектры отражения $R_r(\Omega')$ при различных значениях параметра σ : 1 — 1.09, 2 — 1.10, 3 — 1.11; 4 — спектр падающего импульса $A_{in}(\Omega')$, импульс падает справа ($k_{oz} < 0$). Параметры: $N = 109$, $\lambda_0 = 0.8$ мкм, $d = 0.5$ мкм, $\varepsilon_0 = 1.3$, $\varepsilon' = 0.0254$, длительность гауссова импульса $\tau = 0.1$ пс.

Сужение спектров отраженных и прошедших импульсов в условиях частотной сингулярности неминуемо должно приводить к соответствующему затягиванию импульсов во времени. Параметры задачи выбраны таким образом, чтобы для ФК выполнялось условие $L < L_{cr}(\sigma)$, т. е. полюсы функций $R_r(\Omega)$ и $T(\Omega)$ лежали в нижней полуплоскости. Поэтому для определения временной зависимости интенсивностей отраженного и прошедшего импульсов можно проводить интегрирование в (16) только по действительной оси частот. На рис. 4 представлены графики интенсивностей отраженных $I_{R_{r,l}}(t) = |E_{R_{r,l}}(t)|^2$ и прошедших $I_T(t) = |E_T(t)|^2$ импульсов при различных значениях σ . Из сравнения графиков видно, что малое изменение σ на 1% приводит к многократному увеличению длительности

и усилению импульсов. По сравнению с падающим импульсом длительность отраженного сигнала возрастает более чем в 20 раз. Аналогичные значительные изменения интенсивности и длительности импульсов наблюдаются и при вариации толщины кристалла L вблизи критического значения $L_{cr}(\sigma)$ при постоянной величине σ . Дальнейшее увеличение $L > L_{cr}(\sigma)$ приводит к появлению полюсов функций в верхней полуплоскости комплексных частот, происходит переход к режиму лазерной генерации излучения в ФК.

Важно отметить, что, подобно случаю монохроматического излучения, для рассматриваемых коротких импульсов наблюдается типичный РТ-симметричный эффект — однонаправленное брэгговское отражение. Так, из сравнения графиков на рис. 4а и рис. 4б видно, что при смене знака угла падения импульса на структуру интенсивность отраженного импульса радикально уменьшается: $I_{R_l}(t) = I_{R_r}(t)/440$. При этом интенсивность прошедшего импульса $I_T(t)$ не изменяется.

Сравним полученные результаты со случаем взаимодействия излучения с консервативным ФК (без усиления и поглощения) конечной толщины. Известно, что на краю фотонной запрещенной зоны в таком ФК наблюдается резонанс пропускания [30] (или толщинные осцилляции), когда излучение в узком частотном диапазоне не отражается от ФК, $R = 0$, а коэффициент прохождения $T = 1$. Этот эффект связан с интерференцией обратных (прямых) блоховских волн в кристалле и наблюдается при разности фаз двух блоховских волн $(q_{0z}^{(1)} - q_{0z}^{(2)})L = \pi$. В РТ-симметричном ФК при такой разности фаз РТ-симметричных мод возникает спектральная сингулярность и значительный рост $R, T \rightarrow \infty$.

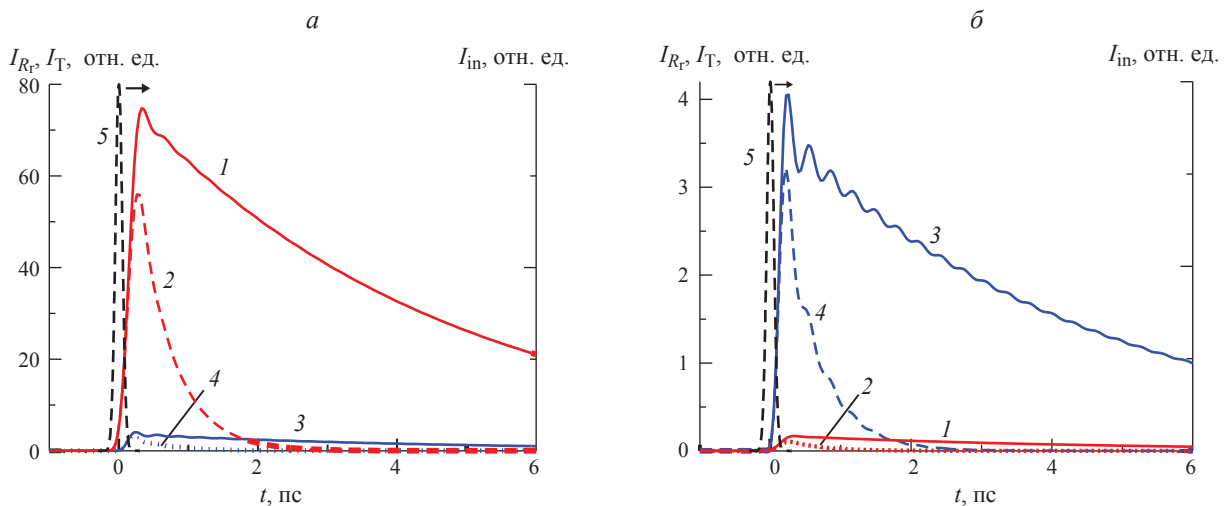


Рис. 4. Интенсивности отраженных $I_{R_{r,l}}(t)$ (красные кривые 1 и 2), прошедших $I_T(t)$ (синие кривые 3 и 4) и падающих импульсов $I_{in}(t)$ (кривые 5, правая шкала) для ФК с $N = 109$ при значениях параметра близости к ОТ $\sigma = 1.10$ (кривые 1 и 3) и $\sigma = 1.09$ (кривые 2 и 4): импульс падает справа (а) ($k_{oz} < 0$) и слева (б) ($k_{oz} > 0$). Остальные параметры как в подписи к рис. 3.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Описанные выше сверхмонохроматизация и усиление коротких импульсов в РТ-симметричных ФК за счет частотной сингулярности при определенных значениях параметра близости к особой точке σ сохраняются и в случае учета дисперсии при широкополосной РТ-симметрии среды. Для коротких импульсов в диспергирующей среде имеет место также асимметрия отражения импульсов при смене знака брэгговского угла падения излучения на ФК. Поскольку величина определяется реальной и мнимой частями диэлектрической проницаемости, то обнаруженная вблизи частотной сингулярности резкая зависимость спектров отражения и прохождения коротких импульсов от σ может быть использована при разработке новых физических принципов создания устройств для управления параметрами коротких оптических импульсов, ограничителей мощности, оптических сенсоров и т. п.

Исследование выполнено в рамках государственного задания МГУ имени М. В. Ломоносова.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Bender C.M., Boettcher S.* // Phys. Rev. Lett. 1998. V. 80. No. 24. P. 5243.
2. *Bian Z., Xiao L., Wang K. et al.* // Phys. Rev. Res. 2020. V. 2. No. 2. Art. No. 022039(R).
3. *Ruschhaupt A., Delgado F., Muga J.G.* // J. Phys. A. 2005. V. 38. No. 9. P. L171.
4. *Miri M.-A., Alù A.* // Science. 2019. V. 363. No. 6422. Art. No. eaar7709.
5. *Özdemir K., Rotter S., Nori F., Yang L.* // Nature Mater. 2019. V. 18. No. 8. P. 783.
6. *Christodoulides D., Yang J.* Parity-time symmetry and its applications. Springer Tracts in 4 Modern Physics. V. 280. Springer, 2018.
7. *Aurégan Y., Pagneux V.* // Phys. Rev. Lett. 2017. V. 118. No. 17. Art. No. 174301.
8. *Bender C.M., Gianfreda M., Klevansky S.P.* // Phys. Rev. A. 2014. V. 90. No. 2. Art. No. 022114.
9. *Sakhdari M., Hajizadegan M., Zhong Q. et al.* // Phys. Rev. Lett. 2019. V. 123. No. 19. Art. No. 193901.
10. *Wong Z.J., Xu Y.-L., Kim J. et al.* // Nature Photon. 2016. V. 10. No. 12. P. 796.
11. *Roszeitis K., Sudzjus M., Palatnik A. et al.* // J. Eur. Opt. Soc.-Rapid Publ. 2022. V. 18. No. 1. P. 6.
12. *Brac de la Perrière V., Gaimard Q., Benisty H. et al.* // Nanophotonics. 2021. V. 10. No. 4. P. 1309.
13. *Hao T., Berini P.* // Opt. Express. 2022. V. 30. No. 4. P. 5167.
14. *Guo A., Salamo G.J., Duchesne D. et al.* // Phys. Rev. Lett. 2009. V. 103. No. 9. Art. No. 093902.
15. *Kim K.H., Hwang M.S., Kim H.R. et al.* // Nature Commun. 2016. V. 7. No. 1. P. 13893.
16. *Kulishov M., Laniel L.M., Bélanger N. et al.* // Opt. Express. 2005. V. 13. No. 8. P. 3068.
17. *Bushuev V.A., Tsvetkov D.M., Konotop V.V., Mantsyzov B.I.* // Opt. Lett. 2019. V. 44. No. 23. P. 5667.
18. *Feng L., Ayache M., Huang J. et al.* // Science. 2011. V. 333. No. 6043. P. 729.
19. *Бушуйев В.А., Манцызов Б.И.* // ЖЭТФ. 2022. Т. 162. № 3(9). С. 322; *Bushuev V.A., Mantsyzov B.I.* // JETP. 2022. V. 135. No. 3. P. 277.
20. *Tsvetkov D.M., Bushuev V.A., Mantsyzov B.I.* // Phys. Rev. A. 2019. V. 99. No. 2. Art. No. 023846.
21. *Ржанов А.Г.* // Изв. РАН. Сер. физ. 2024. Т. 88. № 1. С. 35; *Rzhanov A.G.* // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2024. V. 88. № 1. P. 26.
22. *Mostafazadeh A.* // Phys. Rev. Lett. 2009. V. 102. No. 22. Art. No. 220402.
23. *Chong Y.D., Ge L., Cao H., Stone A.D.* // Phys. Rev. Lett. 2010. V. 105. No. 5. Art. No. 053901.
24. *Tsvetkov D.M., Bushuev V.A., Konotop V.V., Mantsyzov B.I.* // Phys. Rev. A. 2018. V. 98. No. 5. Art. No. 053844.
25. *Zyablovsky A.A., Vinogradov A.P., Dorofeenko A.V. et al.* // Phys. Rev. A. 2014. V. 89. No. 3. Art. No. 033808.
26. *Ландау Л.Д., Лившиц Е.М.* Электродинамика сплошных сред. М.: Физматлит, 2005. 406 с.
27. *Вайнштейн Л.А.* // УФН. 1976. Т. 118. № 2. С. 339; *Vainshtein L.A.* // Sov. Phys. Usp. 1976. V. 19. No. 2. P. 189.
28. *Skaar J.* // Phys. Rev. E. 2006. V. 73. No. 2. Art. No. 026605.
29. *Дорофеев А.В., Зябловский А.А., Пухов А.А. и др.* // УФН. 2012. Т. 182. № 11. С. 1157; *Dorofeenko A.V., Zyablovsky A.A., Pukhov A.A. et al.* // Phys. Usp. 2012. V. 55. No. 11. P. 1080.
30. *Петров Е.В., Манцызов Б.И.* // ЖЭТФ. 2005. Т. 128. № 3(9). С. 464; *Petrov E.V., Mantsyzov B.I.* // JETP. 2005. V. 101. No. 3. P. 401.

Optical pulses in a non-Hermitian medium near a singularity

V. A. Bushuev, B. I. Mantsyzov*

Lomonosov Moscow State University, Moscow, 119991 Russia

**e-mail: bmantsyzov@gmail.com*

The spectral method was used to solve the problem of interaction of short optical pulses with RT-symmetric photonic crystals under conditions of frequency singularity. It is shown that with a small deviation from the exceptional point of spontaneous decay of PT-symmetric field modes, a frequency singularity of the transmission and reflection coefficients of the structure arises. This leads to a significant narrowing of the pulse spectra and an increase in their amplitude and duration with unidirectional Bragg reflection.

Keywords: RT-symmetry, spectral singularity, short optical pulses, dynamic Bragg diffraction