

УДК 538.9

АВТОКОЛЕБАТЕЛЬНЫЕ И ХАОТИЧЕСКИЕ СОСТОЯНИЯ ПОЛЯРИТОННОЙ СИСТЕМЫ В РАЗМЕРНО-КВАНТОВАННОМ РЕЗОНАТОРНОМ МИКРОСТОЛБИКЕ

© 2025 г. Н. Н. Ипатов*, С. С. Гаврилов

*Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт физики твердого тела
имени Ю.А. Осипьяна Российской академии наук, Черногловка, Россия*

**E-mail: nnipatov@gmail.com*

Поступила в редакцию 27.09.2024 г.

После доработки 18.10.2024 г.

Принята к публикации 28.10.2024 г.

Теоретически исследованы свойства квазидвумерной экситон-поляритонной системы, локализованной в круглой микрорезонаторной мезе, в условиях резонансного фотовозбуждения. Предсказано, что при возбуждении нескольких подуровней размерного квантования происходит серия переходов от стационарных к автоколебательным и далее хаотическим состояниям. Переход от стационарных состояний к автоколебаниям сопровождается понижением вращательной симметрии до дискретной, а в хаотической области пространственная симметрия исчезает полностью. В спиновой поляритонной системе аналогичные явления приводят к поляризационному хаосу.

Ключевые слова: экситонные поляритоны, бозе-эйнштейновский конденсат, автоколебания, динамический хаос.

DOI: 10.31857/S0367676525020192, EDN: CWAFFZU

ВВЕДЕНИЕ

Квазидвумерные экситонные поляритоны – бозонные квазичастицы, возникающие в полупроводниковом микрорезонаторе благодаря сильной экситон-фотонной связи [1–3]. Состояние поляритонной системы, возбуждаемой резонансной лазерной накачкой, является макроскопически когерентным [4, 5]. Благодаря нелинейности, вызванной взаимодействием поляритонов, возникает явление мультистабильности, когда при одинаковых внешних условиях в отклике системы возможны несколько различных устойчивых стационарных состояний [6, 7, 8]. В последнее время определенный интерес вызывает вопрос о реализации в поляритонной системе нестационарных (автоколебательных или хаотических) состояний. Согласно [9], для достижения автоколебаний можно использовать латерально ограниченный резонатор с дискретным спектром энергии, в котором под действием непрерывной лазерной накачки возбуждается сразу несколько уровней размерного квантования поляритонов. Причина перехода к автоколебаниям в этом случае достаточно нетривиальна, поскольку изначально все фотовозбуждаемые моды осциллируют на общей

вынужденной частоте, совпадающей с частотой внешнего поля, и только по причине нелинейности система может оказаться неустойчивой относительно рассеяния в новые состояния с отличными частотами. Известно также, что автоколебания могут возникать благодаря внешнему эффекту Джозефсона в туннельно связанных поляритонных конденсатах [10, 11] или в условиях пониженной вращательной симметрии [12]. Кроме того, в качестве причины возникновения автоколебаний может выступать взаимодействие между спиновыми компонентами поляритонов [13, 14].

В настоящей работе установлено, что при возбуждении нескольких уровней размерного квантования в латерально ограниченной поляритонной системе помимо стационарных (мультистабильных) и нестационарных автоколебательных состояний существуют также хаотические режимы. Ранее было предсказано, что в спиновой системе переход к хаосу возможен, если константа линейной связи спиновых компонент более чем в четыре раза превышает коэффициент затухания [7]. Реализовать это условие на практике довольно трудно по крайней мере для современных образцов на основе GaAs. Система, которая рассматривается в данной работе – круглый

резонаторный микростолбик диаметром около 10 мкм — не предполагает никаких специальных условий для спиновых степеней свободы конденсата. Причиной возникновения динамического хаоса в рассмотренном случае является неустойчивость стационарного состояния, обладающего непрерывной вращательной симметрией, относительно рассеяния поляритонов в новые низкосимметричные пространственные моды.

МОДЕЛЬ И ЛИНЕЙНЫЙ РЕЖИМ

Динамика квазидвумерной поляритонной системы описывается с помощью макроскопической волновой функция $\Psi(\vec{r}, t)$, удовлетворяющей модифицированному уравнению Гросса—Питаевского

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = (\hat{E}_{LP} + U(r) - i\gamma)\Psi + V|\Psi|^2\Psi + f e^{-iE_p t/\hbar}. \quad (1)$$

Здесь $\hat{E}_{LP} \approx E_{LP}(k=0) - \frac{\hbar^2 \nabla^2}{2M_{pol}}$ — закон дисперсии нижней поляритонной ветви, который мы считаем параболическим в окрестности нулевого планарного волнового числа, γ — коэффициент затухания, f и E_p — амплитуда и частота внешней накачки, V — константа парного взаимодействия. Потенциал $U(r < R) = 0$ и $U(r > R) = \infty$ соответствует идеальной круглой мезе радиуса R .

Уравнение (1) совпадает с обычным уравнением Шредингера в пределе нулевых значений V, f, γ . В этом случае собственные состояния и энергии описываются известными выражениями

$$\Psi_{m,n} = J_m\left(\frac{\kappa_{m,n} r}{R}\right) e^{im\phi}, \quad (2)$$

$$E_{m,n} = E_{LP}(k=0) + \frac{\hbar^2 \kappa_{m,n}^2}{2M_{pol} R^2}. \quad (3)$$

Здесь J_m — функция Бесселя первого рода порядка m , а $\kappa_{m,n}$ — n -й нуль этой функции. Собственные состояния (2) могут быть использованы в качестве базиса для разложения произвольного решения уравнения (1):

$$\Psi(\vec{r}, t) = \sum_{m,n} A_{m,n} C_{m,n}(t) \Psi_{m,n}(\vec{r}), \quad (4)$$

где $C_{m,n}(t)$ — зависящие от времени амплитуды, а $A_{m,n} = 1/J_{m+1}(\kappa_{m,n})$ — нормировочные коэффициенты, выбранные для удобства так, чтобы усредненное по площади микростолбика значение синего сдвига $\Delta E = \langle V|\Psi(\vec{r}, t)|^2 \rangle$ принимало вид

$$\Delta E = V \sum_{m,n} |C_{m,n}|^2. \quad (5)$$

Подставив (4) в (1), можно перейти от уравнения в частных производных (1) к системе уравнений для амплитуд $C_{m,n}(t)$:

$$i\hbar \frac{dC_{m,n}}{dt} = (E_{m,n} - i\gamma) C_{m,n} + f_{m,n} e^{-iE_p t/\hbar} + \sum_{\substack{m_1, m_2, m_3 \\ n_1, n_2, n_3}} \begin{pmatrix} m_1, m_2, m_3, m \\ n_1, n_2, n_3, n \end{pmatrix} C_{m_3, n_3}^* C_{m_2, n_2} C_{m_1, n_1}, \quad (6)$$

где

$$f_{m,n} = \delta_{m,0} \frac{2f}{\kappa_{m,n}}, \quad (7)$$

$$\begin{pmatrix} m_1, m_2, m_3, m_4 \\ n_1, n_2, n_3, n_4 \end{pmatrix} = 2V \delta_{m_1+m_2, m_3+m_4} \times \int_0^1 dx x J_{m_1, n_1}(x) J_{m_2, n_2}(x) J_{m_3, n_3}(x) J_{m_4, n_4}(x), \quad (8)$$

$$J_{m,n}(x) = J_m(\kappa_{m,n} x) / J_{m+1}(\kappa_{m,n}). \quad (9)$$

Формально система (6) содержит бесконечное число уравнений. Однако при наличии в поляритонной системе хорошо определенных (изолированных) собственных уровней, задаваемых формулой (4), можно возбудить только небольшое число состояний вблизи уровня накачки E_p . Для этого необходимо, чтобы промежутики между уровнями размерного квантования ΔE значительно превосходили их спектральную ширину γ .

Согласно (4) ΔE определяется массой поляритона M_{pol} и радиусом мезы R . Мы рассматриваем резонатор на основе GaAs с мезой радиуса $R = 5$ мкм. Масса поляритона составляет $M_{pol} = 2E/\epsilon c^2$, где E — численно совпадающие энергии фотона и экситона при $k=0$, $\epsilon = 12$ — диэлектрическая проницаемость. Коэффициент затухания $\gamma = 0.05$ мэВ соответствует характерной добротности современных микрорезонаторов на основе GaAs. Константа взаимодействия V считается равной единице и, следовательно, величина $|\Psi|^2$ имеет размерность энергии.

Выбранные параметры обеспечивают минимальный промежуток $\Delta E_{min} \approx 0.5$ мэВ для фотовозбуждаемых уровней с $m=0$, что на порядок превосходит ширину линии γ . Согласно (6) и (7), состояния с $m \neq 0$ не возбуждаются напрямую накачкой, поэтому стационарные решения обладают непрерывной вращательной симметрией. Таким образом, в линейном режиме, когда можно пренебречь взаимодействием поляритонов, должны наблюдаться резонансы при совпадении энергии накачки E_p с собственными уровнями $E_{0,n}$. При этом в пространственном распределении должен доминировать профиль соответствующей собственной функции $\psi_{0,n}(r)$, где радиальное квантовое число n равно числу нулей $\psi_{0,n}(r)$.

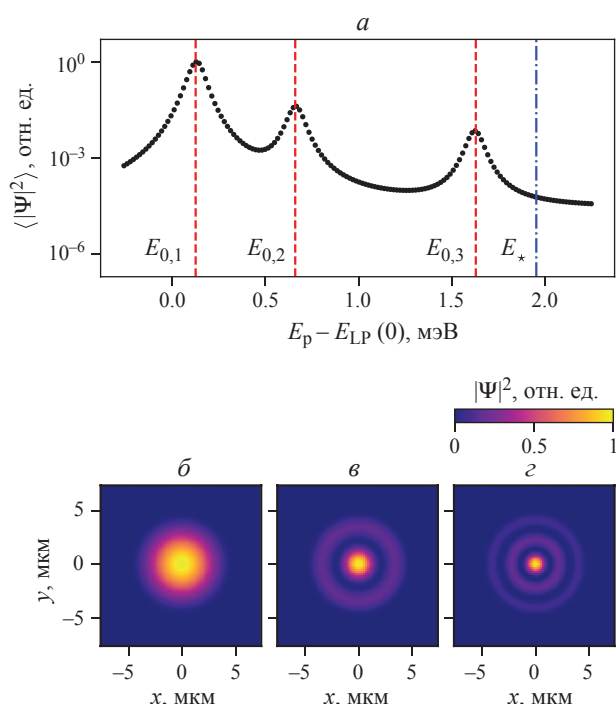


Рис. 1. Линейный режим. Серия расчетов, где каждая точка соответствует установившейся интенсивности поля $|\Psi|^2$, усредненной по площади микростолбика, в зависимости от положения уровня E_p (a). Вертикальными пунктирными линиями отмечены положения собственных уровней размерного квантования с $m = 0$, штрихпунктирной линией отмечен уровень накачки $E_p = E_*$, который будет использован в дальнейших нелинейных расчетах. Пространственные профили $|\Psi|^2$ соответствующие резонансным значениям E_p (б, в, з).

Для иллюстрации линейного отклика системы на внешнее поле была проведена серия расчетов на основе уравнения (1), результаты которых представлены на рис. 1. На рис. 1a показаны установившиеся значения интенсивности поля $|\Psi|^2$, усредненные по площади микростолбика, в зависимости от положения уровня накачки E_p . Амплитуда $|f|$ выбиралась достаточно малой, чтобы исключить нелинейность. Как видно, в системе действительно наблюдаются резонансы на частотах, соответствующих уровням размерного квантования с $m = 0$. На рис. 1б–1з приведены пространственные профили $|\Psi(r)|^2$ при $E_p = E_{0,1}, E_{0,2}, E_{0,3}$ соответственно. Как и ожидалось во всех трех случаях наблюдается полная вращательная симметрия.

При увеличении амплитуды накачки $|f|$ становится существенным взаимодействие поляритонов. Как видно из формулы (8), при поляритон-поляритонном рассеянии сохраняется значение суммарного «магнитного» квантового числа $m_1 + m_2 = m_3 + m_4$. Этот факт является следствием круговой симметрии задачи. С другой стороны, в системе отсутствует закон сохранения, огра-

ничающий изменение радиального квантового числа n . Более низкая симметрия исследуемой системы, в частности, отсутствие трансляционной инвариантности, значительно усложняет анализ эффектов параметрического рассеяния по сравнению с однородным случаем, где были возможны только прямые двухчастичные процессы параметрического рассеяния, явно сохраняющие импульс.

ПЕРЕХОД К ХАОСУ

Как и в случае простой однородной бистабильной системы, конденсат (макрозаполненная фотовозбуждаемая мода) теряет устойчивость при увеличении амплитуды накачки до определенного критического значения $|f_{cr}|$. Это приводит к резкому увеличению амплитуды конденсата и переходу системы в новое состояние. Однако в отличие от однородного случая, накачка теперь возбуждает одновременно несколько собственных мод, поэтому по мере роста ее амплитуды наблюдается последовательность неравновесных переходов, в результате каждого из которых изменяются направления параметрического рассеяния. После первого скачка фотовозбуждаемая мода теряет устойчивость относительно рассеяния в новые пространственные моды с четными значениями m . Заселение этих мод сопровождается появлением автоколебаний, при этом вращательная симметрия решения понижается до дискретной. В свою очередь, возникшее состояние оказывается неустойчивым относительно рассеяния в моды с нечетными m , что в итоге приводит к пространственно-временному хаосу.

На рис. 2 показаны численные решения уравнения (1) в нелинейном режиме. В расчетах интенсивность внешнего поля изменяется от нуля до $|f|^2 \approx 3.5|f_{cr}|^2$ в течение 100 пс при времени жизни поляритона $\tau = \hbar/\gamma \approx 13.2$ пс. На рис. 2a показана динамика усредненной по площади микростолбика интенсивности поля $\langle |\Psi(\vec{r}, t)|^2 \rangle$. Плавное изменение амплитуды накачки приводит систему к скачку $|\Psi|^2$, при котором фактически оказывается усиленной мода $m = 0, n = 3$, ближайшая к E_p согласно рис. 1. Расчет показывает, что такое состояние неустойчиво относительно рассеяния в моды с четными m , которые обнаруживают экспоненциальный рост. В частности, первой начинает возрастать мода $m = 2, n = 2$, невозмущенный уровень энергии которой находится ближе всего к E_p по сравнению со всеми другими модами $m \neq 0$. Примерно за сто пикосекунд населенность моды $m = 2, n = 2$ сравнивается с населенностью основной моды $m = 0, n = 3$. Затем происходит еще один скачок интенсивности, а в спектре появляются новые частоты, отличные от E_p (рис. 2б). В новом состоянии помимо $m = 0, n = 3$ и $m = 2, n = 2$ также оказывается населено множество мод с четными m , а в про-

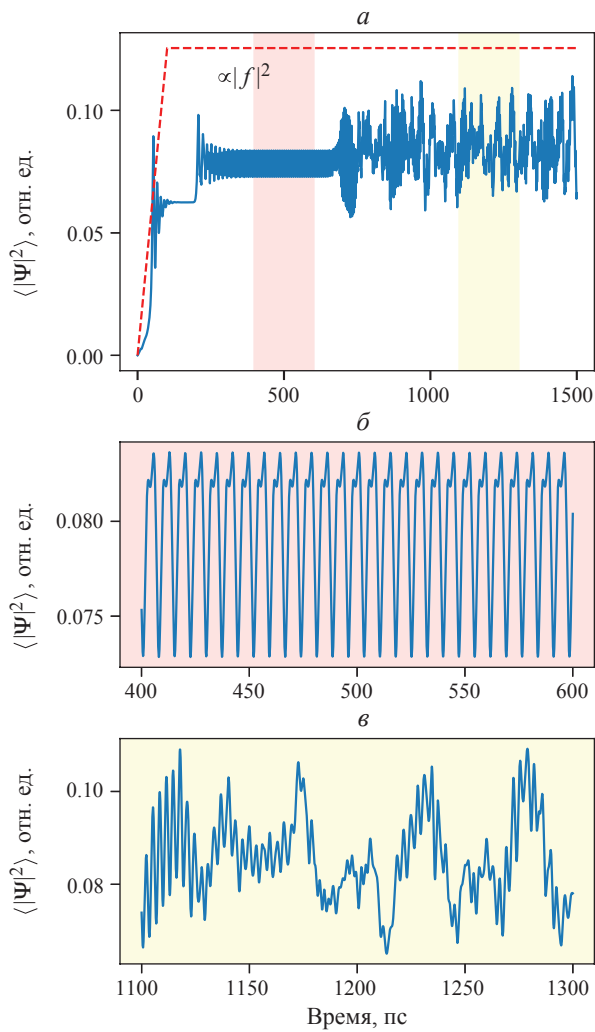


Рис. 2. Динамика скалярной поляритонной системы. Интенсивность накачки $\approx 3.5|f_{\text{cr}}|^2$, уровень энергии накачки $E_p = E_*$ (см. рис. 1). Зависимость от времени интенсивности поля $|\Psi|^2$, усредненной по площади микростолбика (а). Детализированные области регулярных автоколебаний и динамического хаоса (б, в).

пространственном распределении образуется упорядоченная структура с пониженной вращательной симметрией C_2 (рис. 3б).

Автоколебательное состояние системы неустойчиво относительно параметрического рассеяния в моды с нечетными m . Экспоненциальный рост этих мод продолжается около 500 пикосекунд, до тех пор, пока интегральные населенности мод с четными и нечетными m не оказываются сопоставимыми. В итоге устанавливается состояние пространственно-временного хаоса (рис. 2в и рис. 3с).

Таким образом, мы обнаружили, что переход от регулярных автоколебаний к хаосу связан с параметрическим рассеянием в моды с нечетными значениями m . Аналогичные процессы наблюдаются при $|f|^2 > 2.5|f_{\text{cr}}|^2$. Однако если интенсивность накачки особенно велика ($|f|^2 > 4.5|f_{\text{cr}}|^2$),

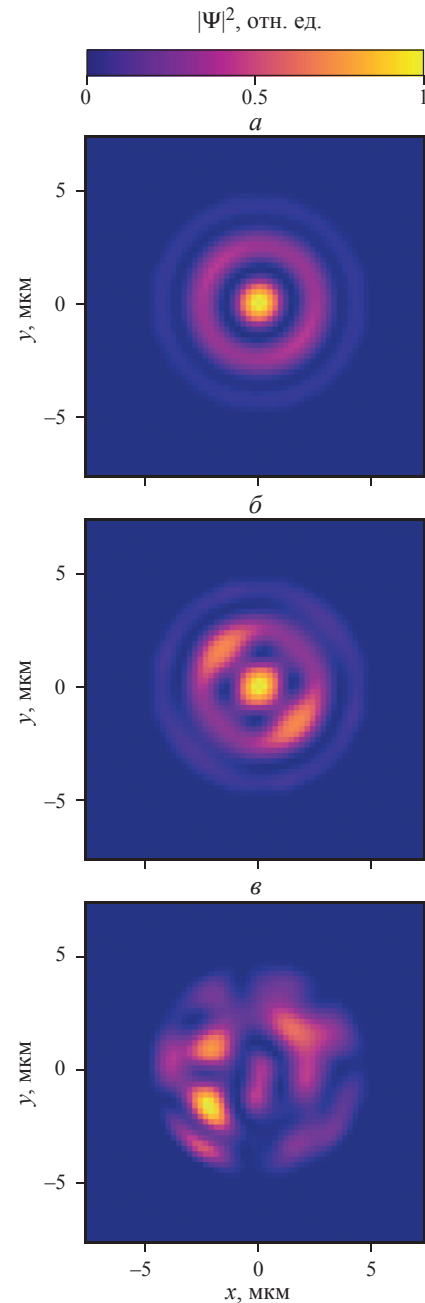


Рис. 3. Пространственное распределение интенсивности поля $|\Psi(x, y)|^2$ в различные моменты времени, соответствующие динамике на рис. 2. Состояние с полной вращательной симметрией ($t \approx 190$ пс) (а). Переход к автоколебаниям, понижение симметрии до C_2 ($t \approx 500$ пс) (б). Пространственно-временной хаос ($t \approx 1280$ пс) (в).

отстройка частоты возбуждения полностью компенсируется синим сдвигом для каждого из трех фотовозбуждаемых уровней, представленных на рис. 1а. По аналогии с простой бистабильностью, такое состояние системы является стационарным и устойчивым. Переход между стационарными состояниями, опосредованный динамическим хаосом, ранее был рассмотрен в работе [15],

где показано, что наличие хаотической фазы приводит к возможности реализации двусторонних спиновых переключений.

СПИНОВЫЙ ХАОС

До сих пор мы не учитывали спиновые степени свободы, предполагая, что внешнее поле циркулярно поляризовано и возбуждает только одну спиновую компоненту. Однако если накачка имеет произвольную эллиптическую поляризацию, в системе возбуждаются обе спиновые компоненты Ψ_{\pm} . В простейшем приближении можно считать, что они независимы. В реальных системах спиновые компоненты поляритонов могут быть линейно связаны из-за расщепления собственных мод с ортогонально-линейными поляризациями, вызванного, например, механическим напряжением в плоскости резонатора. В таких условиях при возбуждении линейно поляризованным светом наблюдается нарушение спиновой симметрии, сопровождающееся появлением высокой степени циркулярной поляризации излучения резонатора [16], что вызывает интерес в контексте создания компактных оптических устройств с управляемой поляризацией. Отметим, что аналогичные эффекты наблюдаются также в инжекционных лазерах на основе микрорезонаторов AlAs/AlGaAs, где удается добиться высокой степени циркулярной поляризации в широком диапазоне температур благодаря модуляции хиральной структуры на верхнем брэгговском зеркале [17, 18].

В теоретических работах [13, 14] было предсказано возникновение поляритонного хаоса в ситуации, когда константа линейной спиновой связи более чем вчетверо превосходит коэффициент затухания γ . Поскольку, как мы выяснили, в латерально ограниченной системе хаос может возникать даже в чисто скалярном (бесспиновом) случае, следует ожидать, что в спинорной системе также будет наблюдаться динамический хаос, в том числе поляризационный, независимо от соотношения между коэффициентом затухания и константой спиновой связи.

На рис. 4 изображено пространственное распределение степени циркулярной поляризации $\rho_c = \frac{|\Psi_+(\vec{r})|^2 - |\Psi_-(\vec{r})|^2}{|\Psi_+(\vec{r})|^2 + |\Psi_-(\vec{r})|^2}$ после нарушения исходной вращательной симметрии. Изначально система возбуждалась линейно поляризованным светом в условиях, аналогичных ранее рассмотренной скалярной задаче. В расчетах использовалась малая по сравнению с коэффициентом затухания константа спиновой связи $g_L = 0.2\gamma = 0.01$ мэВ.

Основные этапы эволюции системы аналогичны описанным ранее: рассеяние фотовозбуждаемой моды в состояния с четными m и переход к автоколебаниям, новый распад на состояния с нечетными m и переход к хаосу. Несмотря на то, что исходная модель симметрична по спину,

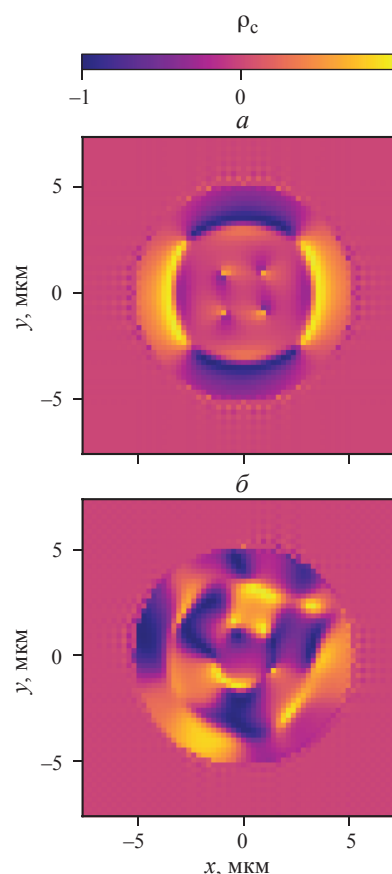


Рис. 4. Распределение степени циркулярной поляризации в спинорной системе. Автоколебания ($t = 500$ пс) (а). Пространственно-временной хаос ($t = 1450$ пс) (б). Параметры: $f_+ = f_-$, $g_L = 0.2\gamma$.

а константа спиновой связи g_L заметно меньше коэффициента затухания γ , уже при переходе к автоколебаниям спиновая симметрия нарушается. В пространственном распределении возникают чередующиеся упорядоченные области с $\rho_c \approx \pm 1$ (рис. 4а). Свойства таких решений зависят от амплитуды накачки и величины g_L . На следующем этапе, когда развивается неустойчивость, связанная с рассеянием поляритонов в моды с нечетными m , в пространственном распределении наблюдается неупорядоченная поляризационная структура (рис. 4б), хаотически изменяющаяся во времени. В этом случае даже усредненное по площади микростолбика значение степени циркулярной поляризации ρ_c отлично от нуля и нерегулярно изменяется с амплитудой около 0.4.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, мы продемонстрировали, что в оптическом отклике латерально ограниченной поляритонной системы с дискретным спектром энергии помимо устойчивых стационарных состояний могут наблюдаться также автоколебательные и хаотические режимы. Причиной воз-

никновения нестационарных состояний является неустойчивость конденсата относительно параметрического рассеяния в низкосимметричные моды. В отличие от однородной бистабильной системы, где параметрическое рассеяние при фотовозбуждении около $k = 0$ является только переходным процессом и фактически опосредует скачок на верхнюю ветвь устойчивости, в рассмотренном случае конденсат оказывается в состоянии автоколебаний или хаоса в широком диапазоне амплитуд строго непрерывной накачки.

Мы нашли, что распад фотовозбуждаемой моды осуществляется последовательным образом: сначала на состояния с четными m , что приводит к автоколебаниям, а затем на состояния с нечетными m , что приводит к хаосу. Данный переход не предполагает каких-либо ограничений на характер связи спиновых компонент и реализуется даже в скалярной системе. Это обстоятельство отличает рассмотренный случай от альтернативной модели [14], где для перехода к хаосу в отсутствие латеральной неоднородности было необходимо достаточно сильное взаимодействие противонаправленных спинов. Новый сценарий перехода требует только наличия дискретной структуры уровней размерного квантования, при этом учет спиновых степеней свободы автоматически приводит и к поляризационному хаосу.

Работа выполнена при поддержке гранта Российского научного фонда № 23-22-00455.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Weisbuch C., Nishioka M., Ishikawa A., Arakawa Y. // Phys. Rev. Lett. 1992. V. 69. No. 23. P. 3314
2. Kavokin A.V., Baumberg J.J., Malpuech G., Laussy P. Microcavities. NY.: Oxford University Press, 2017.
3. Yamamoto Y., Tassone T., Cao H. Semiconductor cavity quantum electrodynamics. Berlin: Springer, 2000.
4. Елесин В.Ф., Конаев Ю.В. // ЖЭТФ. 1973. Т. 63. № 4. С. 1447; Elesin V.F., Kopaev Yu.V. // JETP. 1973. V. 36. No. 4. P. 767.
5. Келдыш Л.В. // УФН. 2017. Т. 187. № 11. 1273; Keldysh L.V. // Phys. Usp. 2017. V. 60. No. 11. P. 1180.
6. Baas A., Karr J.Ph., Eleuch H., Giacobino E. // Phys. Rev. A. 2004. V. 69. No. 2. Art. No. 023809.
7. Гаврилов С.С. // УФН. 2020. Т. 190. № 2. С. 137; Gavrilov S.S. // Phys. Usp. 2020. V. 63. No. 2. P. 123.
8. Gavrilov S.S. // Phys. Rev. B. 2014. V. 90. No. 12. Art. No. 205303.
9. Leblanc C., Malpuech G., Solnyshkov D.D. // Phys. Rev. B. 2020. V. 101. No. 11. Art. No. 115418.
10. Sarchi D., Carusotto I., Wouters M., Savona V. // Phys. Rev. B. 2007. V. 77. No. 12. Art. No. 125324.
11. Solnyshkov D.D., John R., Shelykh I.A., Malpuech G. // Phys. Rev. B. 2009. V. 8. No. 23. Art. No. 235303.
12. Gavrilov S.S. // Phys. Rev. B. 2021. V. 103. No 18. Art. No. 184304.
13. Gavrilov S.S. // Phys. Rev. B. 2016. V. 94. No. 19. Art. No. 195310.
14. Gavrilov S.S. // Phys. Rev. B. 2022. V. 106. No. 4. Art. No. 045304.
15. Гаврилов С.С., Ипатов Н.Н., Кулаковский В.Д. // Письма в ЖЭТФ. 2023. Т. 118. № 9. С. 649; Gavrilov S.S., Ipatov N.N., Kulakovskii V.D. // JETP Lett. 2023. V. 118. No. 9. P. 637.
16. Gavrilov S.S., Sekretenko A.V., Novikov S.I. et al. // Appl. Phys. Lett. 2013. V. 102. No. 1. Art. No. 011104.
17. Максимов А.А., Филатов Е.В., Тартаковский И.И. // Изв. РАН. Сер. физ. 2021. Т. 85. № 2. С. 241; Maksimov A.A., Filatov E.V., Tartakovskii I.I. // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2021 V. 85. No. 2. P. 176.
18. Максимов А.А., Филатов Е.В., Тартаковский И.И. // Изв. РАН. Сер. физ. 2022. Т. 86. № 4. С. 494; Maksimov A.A., Filatov E.V., Tartakovskii I.I. // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2022. V. 86. No. 4. P. 404.

Self-oscillatory and chaotic states of a polariton system in a size-quantized cavity micropillar

N. N. Ipatov*, S. S. Gavrilov

Osipyan Institute of Solid-State Physics of the Russian Academy of Sciences, Chernogolovka, 142432 Russia

**e-mail: nnipatov@gmail.com*

Theoretical study is performed of a quasi-two-dimensional exciton-polariton system localized in a circular microcavity mesa under the conditions of resonant photoexcitation. It is predicted that in a case when several size-quantized sublevels are excited, a series of transitions occurs from stationary to self-oscillatory and further to chaotic states. The transition from stationary states to oscillations is accompanied by a lowering of the rotational symmetry down to a discrete one, whereas in the chaotic region the spatial symmetry disappears completely. In a spinor system, analogous phenomena result in polarization chaos.

Keywords: exciton polaritons, Bose-Einstein condensate, self-oscillations, dynamical chaos