

УДК 532.59

ВОЛНЫ И ТОНКИЕ СТРУКТУРЫ ФИЗИЧЕСКИХ ПЕРЕМЕННЫХ В ВЯЗКОЙ СТРАТИФИЦИРОВАННОЙ ЖИДКОСТИ

© 2025 г. А. А. Очиров^{1,*}, У. О. Трифонова²

¹Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт проблем механики имени А.Ю. Ишлинского Российской академии наук, Москва, Россия

²Федеральное государственное образовательное учреждение высшего образования «Ярославский государственный университет имени П.Г. Демидова», Ярославль, Россия

*E-mail: otchirov@mail.ru

Поступила в редакцию 06.09.2024 г.

После доработки 18.10.2024 г.

Принята к публикации 28.10.2024 г.

Исследовано поверхностное возмущение в вязкой стратифицированной жидкости в двумерной постановке. Получены выражения, определяющие динамику периодического поверхностного движения и тонкую структуру течений. Построены распределения волновых и лигаментных компонентов плотности, градиентов плотности и давления. Выделена тонкая структура, сопровождающая волновой компонент течения в физически наблюдаемых переменных.

Ключевые слова: вязкая жидкость, стратификация, волны, лигаменты, тонкая структура

DOI: 10.31857/S0367676525020256, **EDN:** DTTAVH

ВВЕДЕНИЕ

Поверхностные периодические течения встречаются повсеместно в природных явлениях, а их параметры изменяются в широком диапазоне. Например, период наблюдаемых возмущений свободной поверхности воды может принимать значения от 10^{-4} с в капиллярных течениях, возникающих в процессе импакта капли [1] до 24 ч в приливных периодических движениях [2]. Периодические возмущения поверхности жидкой среды наблюдаются и в микромасштабах, например в процессах микроэлектроники и в космических масштабах, например на поверхности звезд. Исследователи обращают внимание на различные аспекты периодических поверхностных возмущений и проводят как теоретические аналитические и численные, так и экспериментальные исследования [3–7]. При этом рассматриваются модели линейных и нелинейных волн. Отдельный интерес исследования представляют в контексте влияния на климат, мировой океан и атмосферу [8–9]. Однако, подавляющее большинство авторов не обращает внимания на сопутствующую крупномасштабным волновым процессам тонкую структуру, сопровождающую все волновые процессы. В океане на наличие тонкой структуры обращалось внимание в [10]. В [11, 12] исследованы дисперсионные характеристики круп-

номасштабных и сопутствующих тонкоструктурных компонентов поверхностных течений в различных постановках. Настоящая работа посвящена подробному описанию методики получения полных решений, содержащих регулярные и сингулярные компоненты, а также исследованию влияния регулярных и сингулярных компонентов на распределение физических величин, в частности плотности и градиента плотности при распространении возмущения малой амплитуды вдоль свободной поверхности вязкой несжимаемой экспоненциально стратифицированной жидкости.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФОРМУЛИРОВКА ЗАДАЧИ

Задача рассматривается в двумерной постановке в декартовой системе координат Oxz . Горизонтальная ось Ox расположена вдоль равновесного положения свободной поверхности неограниченной жидкости, занимающей нижнее полупространство $z < 0$. Вертикальная ось Oz направлена против действия сил тяжести \vec{g} . Жидкость полагается несжимаемой, вязкой с кинематической вязкостью ν и плотностью ρ . Рассмотрим периодическое возмущение $\zeta(x, t)$ поверхности, распространяющееся в положительном направлении оси Ox с действительной положитель-

но определенной частотой $\omega > 0$, при этом компоненты волнового вектора $\vec{k} = (k_x, k_z)$ распространяющегося периодического возмущения могут быть комплексными. Коэффициент поверхностного натяжения σ будем считать постоянным и не зависящим от внешних параметров задачи. В двумерной постановке в несжимаемой жидкости поле вектора скорости $\vec{u} = (u, w)$ можно представить в виде одной скалярной функции тока ψ :

$$\vec{u} = (u, w) = (\partial_z \psi, -\partial_x \psi). \quad (1)$$

В сделанных упрощениях математическая формулировка задачи состоит из уравнений Навье–Стокса и уравнения неразрывности:

$$z < \zeta : \rho (\partial_t \vec{u} + (\vec{u} \cdot \nabla) \vec{u}) = \rho v \Delta \vec{u} - \nabla P + \rho \vec{g}, \quad (2)$$

$$\partial_t \rho + \vec{u} \cdot \nabla \rho = 0, \quad (3)$$

$$\operatorname{div} \vec{u} = 0, \quad (4)$$

$$P = P_0 + \int_z^\zeta g \rho(x, \xi, t) d\xi + \tilde{P}(x, z, t). \quad (5)$$

Здесь P_0 – атмосферное давление, а $\tilde{P}(x, z, t)$ – компонент давления, вызванный периодическим движением. Вместо записи уравнения состояния выберем вид функции, определяющей стратификацию. Для широкого класса задач можно считать, что стратификация равномерна и имеет экспоненциальный профиль, тогда равновесное распределение плотности предстает в виде $\rho_0(z) = \exp(-z/\Lambda)$. Масштаб стратификации $\Lambda = |d \ln \rho_0/dz|^{-1}$ связан с частотой плавучести среды $N = \sqrt{g/\Lambda}$.

Уравнения движения дополняются физически обоснованными граничными условиями на свободной поверхности:

$$z = \zeta : \begin{cases} \partial_t(z - \zeta) + \vec{u} \cdot \nabla(z - \zeta) = 0, \\ \vec{\tau} \cdot ((\vec{n} \cdot \nabla) \vec{u}) + \vec{n} \cdot ((\vec{\tau} \cdot \nabla) \vec{u}) = 0, \\ P - P_0 - \sigma \operatorname{div} \vec{n} - 2\rho v \vec{n} \cdot ((\vec{n} \cdot \nabla) \vec{u}) = 0, \end{cases} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \rho &= \rho_{00} (\rho_0(z) + \tilde{\rho}(x, z, t)) = \\ &= \rho_{00} \left(\exp\left(-\frac{z}{\Lambda}\right) + \tilde{\rho}(x, z, t) \right), \end{aligned}$$

$$\vec{n} = \frac{\nabla(z - \zeta)}{|\nabla(z - \zeta)|} = \frac{-\partial_x \zeta \vec{e}_x + \vec{e}_z}{\sqrt{1 + (\partial_x \zeta)^2}}, \quad \vec{\tau} = \frac{\vec{e}_x + \partial_x \zeta \vec{e}_z}{\sqrt{1 + (\partial_x \zeta)^2}}.$$

Здесь ρ_{00} – равновесное значение плотности на невозмущенной поверхности жидкости, $\tilde{\rho}(x, z, t)$ – периодическая составляющая возмущения плотности, $\vec{n}, \vec{\tau}$ – векторы внешней нормали и касательной к свободной поверхности жидкости соответственно. Будем использовать при решении настоящей задачи приближение Буссинеска. В этом приближении плотность принимается постоянной у малых слагаемых

и ее неоднородность учитывается только в слагаемых, содержащих ускорение свободного падения. Дополнительно будем рассматривать инфинитезимальные возмущения, что позволяет произвести процедуру снесения граничных условий на равновесный уровень свободной поверхности. С учетом (1) математическая формулировка задачи (2)–(6) в линейной постановке записывается следующим образом:

$$z < 0 : \begin{cases} \rho_{00} g \partial_x \zeta + \rho_{00} g \int_z^\zeta \partial_x \tilde{\rho}(x, \xi, t) d\xi + \\ + \rho_{00} \partial_t \zeta \psi - \rho_{00} v \partial_z \Delta \psi + \partial_x \tilde{P} = 0, \\ -\rho_{00} \partial_t \zeta \psi + \rho_{00} v \partial_x \Delta \psi + \partial_z \tilde{P} = 0, \\ \partial_t \tilde{\rho} - \frac{d\rho_0(z)}{dz} \partial_x \psi = 0, \end{cases} \quad (7)$$

$$z = 0 : \begin{cases} \tilde{P} + 2\rho v \partial_{zx} \psi + \sigma \partial_{xx} \zeta = 0, \\ \partial_t \zeta + \partial_x \psi = 0, \\ \partial_{zz} \psi - \partial_{xx} \psi = 0. \end{cases}$$

В модели полубесконечной жидкости необходимо добавить условие затухания поверхностного движения с глубиной. В связи с этим искомые функции следует искать в виде зависимости, обеспечивающей убывание функции с глубиной $\propto \exp(k_z z)$. Вместо выбора начальных условий воспользуемся стандартным методом – поиска решения в виде заданной периодической функции вида $\propto A \exp(ik_x x - i\omega t) \exp(k_z z)$.

МЕТОДИКА РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

Совместное решение уравнений движения и граничных условий приводит к дисперсионным соотношениям, связывающим положительно определенную частоту периодического возмущения ω и компоненты волнового вектора $\vec{k} = (k_x, k_z)$, которые могут быть комплексными. Исключая функцию для давления из уравнений движения (7) и производя подстановку функции вида $\propto A \exp(ik_x x - i\omega t) \exp(k_z z)$ получим:

$$\omega (k_x^2 - k_z^2) (iv k_x^2 - iv k_z^2 + \omega) - N^2 k_x^2 \exp(-z/\Lambda) = 0. \quad (8)$$

Решая дисперсионное соотношение относительно компоненты волнового вектора k_z получим два типа решения: регулярные решения k_z и сингулярные решения, для которых введено переобозначение k_l :

$$k_z = \pm \sqrt{k_x^2 - \frac{i\omega}{2v} - \frac{(1-i)\sqrt{4k_x^2 v \omega N^2} \exp(-z/\Lambda) - i\omega^4}{2\sqrt{2}v\omega}}, \quad (9)$$

$$k_l = \pm \sqrt{k_x^2 - \frac{i\omega}{2v} + \frac{(1-i)\sqrt{4k_x^2 v \omega N^2} \exp(-z/\Lambda) - i\omega^4}{2\sqrt{2}v\omega}}. \quad (10)$$

Увидеть, что решения k_z и k_l принципиально разные можно, если рассмотреть дисперсионное соотношение (8) в безразмерном виде. В качестве параметров обезразмеривания удобно выбрать собственные параметры задачи, которые характеризуют естественные масштабы среды [12]. В качестве временного масштаба обезразмеривания выберем обратную частоту плавучести $\tau_N = N^{-1}$, а в качестве пространственного масштаба обезразмеривания – вязкий волновой масштаб $\delta_N^{gv} = (vg)^{1/3}N^{-1}$. В безразмерном виде дисперсионное соотношение (8) и решения (9)–(10) переписываются следующим образом:

$$i\varepsilon(k_{*x}^2 - k_{*z}^2)\omega_* + (k_{*x}^2 - k_{*z}^2)\omega_*^2 - k_{*x}^2 \exp(-z/\Lambda) = 0, \quad (11)$$

$$k_{*z} = \pm \sqrt{k_{*x}^2 - \frac{i\omega_*}{2\varepsilon} + \frac{i\sqrt{4i\varepsilon k_{*x}^2 \exp(-z/\Lambda) + \omega_*^3}}{2\varepsilon\sqrt{\omega_*}}}, \quad (12)$$

$$k_{*l} = \pm \sqrt{k_{*x}^2 - \frac{i\omega_*}{2\varepsilon} - \frac{i\sqrt{4i\varepsilon k_{*x}^2 \exp(-z/\Lambda) + \omega_*^3}}{2\varepsilon\sqrt{\omega_*}}}. \quad (13)$$

Здесь нижним индексом «*» обозначены соответствующие безразмерные величины. Параметр $\varepsilon = \delta_g^v / \delta_N^{gv} = N^{1/3}g^{-2/3}$, который естественным образом определяется из отношений собственных масштабов среды – вязкого $\delta_g^v = v^{2/3}g^{-1/3}$ и вязкого волнового δ_N^{gv} , для широкого класса жидкостей является малым. С учетом малости параметра ε точные решения можно представить в виде приближенных значений. Для этого рассмотрим выражение под квадратным корнем:

$$\frac{i\sqrt{4i\varepsilon k_{*x}^2 \exp(-z/\Lambda) + \omega_*^3}}{2\varepsilon\sqrt{\omega_*}}. \quad (14)$$

Разложим выражение (14) в ряд Тейлора вблизи нуля по малому параметру ε :

$$\frac{i\sqrt{4i\varepsilon k_{*x}^2 \exp(-z/\Lambda) + \omega_*^3}}{2\varepsilon\sqrt{\omega_*}} = \frac{i\omega_*}{2\varepsilon} - \frac{k_{*x}^2}{\omega_*^2} e^{-\frac{z}{\Lambda}} + \frac{ik_{*x}^4 \varepsilon}{\omega_*^5} e^{-\frac{2z}{\Lambda}} + \frac{2k_{*x}^6 \varepsilon^2}{\omega_*^8} e^{-\frac{3z}{\Lambda}} + O(\varepsilon^3). \quad (15)$$

Подставляя разложение (15) в выражение для корня k_z (12) с точностью до слагаемых порядка $O(\varepsilon^0)$ получим:

$$k_{*z} \approx \pm \sqrt{k_{*x}^2 - \frac{i\omega_*}{2\varepsilon} + \frac{i\omega_*}{2\varepsilon} - \frac{k_{*x}^2}{\omega_*^2} \exp(-z/\Lambda)} = \pm k_{*x} \frac{\sqrt{\omega_*^2 - \exp(-z/\Lambda)}}{\omega_*}. \quad (16)$$

При подстановке разложения (15) в выражение для корня k_l (13) с точностью до слагаемых порядка $O(\varepsilon^{-1/2})$ получим выражение:

$$\begin{aligned} k_{*l} &\approx \pm \sqrt{k_{*x}^2 - \frac{i\omega_*}{2\varepsilon} - \left(\frac{i\omega_*}{2\varepsilon} - \frac{k_{*x}^2}{\omega_*^2} e^{-\frac{z}{\Lambda}} \right)} \approx \\ &\approx \pm \frac{1-i}{\sqrt{2\varepsilon}} \sqrt{\omega_*}. \end{aligned} \quad (17)$$

Рассмотрим дисперсионное соотношение (11) с позиции теории регулярных и сингулярных разложений [13]. Подставляя регулярное разложение по малому параметру ε

$$k_{*z} = k_0 + \varepsilon k_1 + \varepsilon^2 k_2 + \dots \quad (18)$$

в дисперсионное соотношение (11) получим:

$$\begin{aligned} i\varepsilon \left(k_{*x}^2 - (k_0 + \varepsilon k_1 + \varepsilon^2 k_2 + \dots)^2 \right)^2 \omega_* + \\ + \left(k_{*x}^2 - (k_0 + \varepsilon k_1 + \varepsilon^2 k_2 + \dots)^2 \right) \omega_*^2 - \\ - k_{*x}^2 e^{-\frac{z}{\Lambda}} = 0. \end{aligned} \quad (19)$$

Решая последовательно уравнение (19) для величин разных порядков малости можно получить регулярное решение уравнения (11) с любой заданной точностью по малому параметру ε . С точностью до слагаемых порядка $O(\varepsilon^0)$ получим выражение, совпадающее с приближенным значением корня k_z (16). Таким образом, решение k_z (9) и (12) определяет регулярные компоненты решения дисперсионного соотношения (11). Дисперсионное уравнение (11) является уравнением четвертого порядка относительно компонента волнового вектора k_{*z} , однако регулярные разложения позволяют получить только два корня. Оставшиеся два корня находятся методами теории сингулярных разложений [13]. Введем обозначение k_{*l} для различия решений, а разложение (18) заменим на разложение вида:

$$k_{*z} = \varepsilon^{-\eta} (k_0 + \varepsilon k_1 + \varepsilon^2 k_2 + \dots). \quad (20)$$

Подставляя главный член разложения (20) $\varepsilon^{-\eta} k_0$ в дисперсионное соотношение, получим выражение:

$$\begin{aligned} i\varepsilon \left(k_{*x}^2 - \varepsilon^{-2\eta} k_0^2 \right)^2 \omega_* + \left(k_{*x}^2 - \varepsilon^{-2\eta} k_0^2 \right) \omega_*^2 - \\ - k_{*x}^2 \exp(-z/\Lambda) = 0. \end{aligned} \quad (21)$$

Чтобы определить величину η последовательно попарно приравняем степени малого параметра ε в различных слагаемых уравнения (11). В результате возникают возможные варианты уравнений и соответствующих им решений на η :

$$\begin{aligned} 1 - 4\eta &= -2\eta, & 1 - 4\eta &= 1 - 2\eta, & 1 - 4\eta &= 0, \\ 1 - 2\eta &= -2\eta, & 1 - 2\eta &= 0, & -2\eta &= 0, \end{aligned} \quad (22)$$

$$\eta = \frac{1}{2}, \quad \eta = \frac{1}{4}, \quad \eta = 0. \quad (23)$$

Из возможных решений (23) отбираются те решения, которые при подстановке в дисперсионное соотношение (11) обеспечивают главную величину у слагаемого со старшей степенью k_0^4 . Решение $\eta = 0$ не рассматривается, так как этот случай соответствует регулярному разложению и был рассмотрен ранее. Решение $\eta = 1/4$ не выполняет условия главной величины слагаемого, содержащего старшую степень. Всем условиям удовлетворяет решение $\eta = 1/2$ и сингулярное разложение (20) принимает вид:

$$k_{*l} = \varepsilon^{-1/2} k_0 + \varepsilon^{1/2} k_1 + \varepsilon^{3/2} k_2 + \dots \quad (24)$$

Подставляя (24) в (11) и последовательно решая для слагаемых при разных степенях малого параметра, можно получить сингулярные решения с заданной точностью. С точностью до слагаемых порядка $O(\varepsilon^{-1/2})$ получим выражение, совпадающее с приближенным значением корня (17). Поэтому решения (10), (13) названы сингулярными решениями и определяют сингулярный компонент периодического течения.

У дисперсионного соотношения существует два типа решений: регулярные и сингулярные. Регулярные решения (9) при выполнении предельных переходов к идеальной жидкости $v \rightarrow 0$ сводятся к известным выражениям для волн в идеальной жидкости и определяют волновой компонент периодических движений:

$$k_z \xrightarrow{v \rightarrow 0} \pm k_x \sqrt{1 - \frac{N^2 \exp(-z/\Lambda)}{\omega^2}}. \quad (25)$$

Сингулярные решения при выполнении предельного перехода к идеальной жидкости исчезают. Сингулярные решения задают тонкую структуру течения, которая определяется лигаментными компонентами периодического течения.

Выполняя предельные переходы к однородной жидкости $N \rightarrow 0$ получим для регулярных и сингулярных компонентов течения существенно более простые выражения:

$$k_z \xrightarrow{N \rightarrow 0} \pm k_x, \quad k_l \xrightarrow{N \rightarrow 0} \pm \sqrt{k_x^2 - \frac{i\omega}{v}}. \quad (26)$$

Выражения (25)–(26) можно получить при помощи непосредственного расчета дисперсионных соотношений соответствующих моделей жидкостей.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ

При совместном решении уравнений движения с граничными условиями с учетом регулярных и сингулярных компонентов течения были

получены дисперсионные соотношения, описывающие и крупномасштабную динамику течения и его тонкую структуру [11, 12]. Однако до сих пор не обращалось пристальное внимание исследователей на построение решений для физических переменных с учетом тонкой структуры течения. Выделим из выражений, описывающих физические переменные, входящие в описание задачи волновые и лигаментные компоненты. Для этого необходимо подставить вид решения в основные уравнения. Полученные слагаемые для искомых функций легко группируются и выделяются лигаментные (пропорциональные $\propto \exp(k_l z)$) и волновые (пропорциональные $\propto \exp(k_z z)$) компоненты:

$$\begin{aligned} \zeta &= Z \exp(ik_x x - i\omega t), \\ \psi &= \exp(ik_x x - i\omega t) (A \exp(k_z z) + B \exp(k_l z)), \\ \tilde{\rho} &= \exp(ik_x x - i\omega t) (G \exp(k_z z) + H \exp(k_l z)), \\ \tilde{P} &= \exp(ik_x x - i\omega t) (K + L \exp(k_z z) + M \exp(k_l z)). \end{aligned} \quad (27)$$

Из кинематического граничного условия (7) получим связь между амплитудами отклонения свободной поверхности и компонентов:

$$A = Z \frac{\omega (k_x^2 + k_l^2)}{k_x (k_l^2 - k_z^2)}, \quad B = -Z \frac{\omega (k_x^2 + k_z^2)}{k_x (k_l^2 - k_z^2)}. \quad (28)$$

Амплитуды компонентов плотности связываются с амплитудой отклонения свободной поверхности через уравнение неразрывности, а амплитуды для давления – через компоненты уравнения Навье–Стокса:

$$\begin{aligned} G &= Z \exp\left(-\frac{z}{\Lambda}\right) \frac{k_x^2 + k_l^2}{\Lambda (k_l^2 - k_z^2)}, \\ H &= -Z \exp\left(-\frac{z}{\Lambda}\right) \frac{k_x^2 + k_z^2}{\Lambda (k_l^2 - k_z^2)}, \\ K &= -Z \frac{g \Lambda \rho_{00} (k_x^2 + k_z k_l (-1 + k_z \Lambda + k_l \Lambda))}{(k_z + k_l) (k_z \Lambda - 1) (k_l \Lambda - 1)}, \\ L &= -Z \frac{g \rho_{00} (k_x^2 + k_l^2) \exp(-z/\Lambda)}{(k_z^2 - k_l^2) (k_z \Lambda - 1)} - \\ &- Z \frac{i k_z \omega \rho_{00} (k_x^2 + k_l^2) (v k_z^2 - v k_x^2 + i \omega)}{k_x^2 (k_z^2 - k_l^2)}, \\ M &= -Z \frac{g \rho_{00} (k_x^2 + k_z^2) \exp(-z/\Lambda)}{(k_l^2 - k_z^2) (k_l \Lambda - 1)} - \\ &- Z \frac{i k_l \omega \rho_{00} (k_x^2 + k_z^2) (v k_l^2 - v k_x^2 + i \omega)}{k_x^2 (k_l^2 - k_z^2)}. \end{aligned} \quad (29)$$

Рассмотрим влияние волновых и лигаментных компонентов на распределение плотности и градиентов плотности на примере волны с частотой

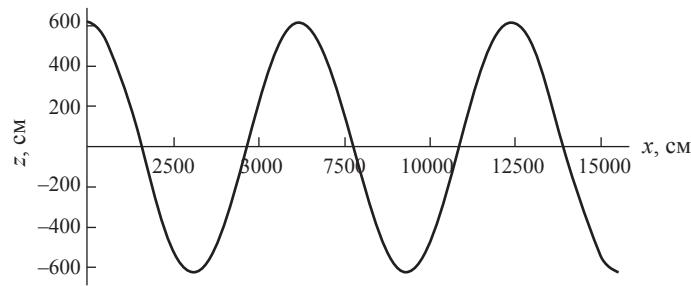


Рис. 1. Профиль возмущения свободной поверхности.

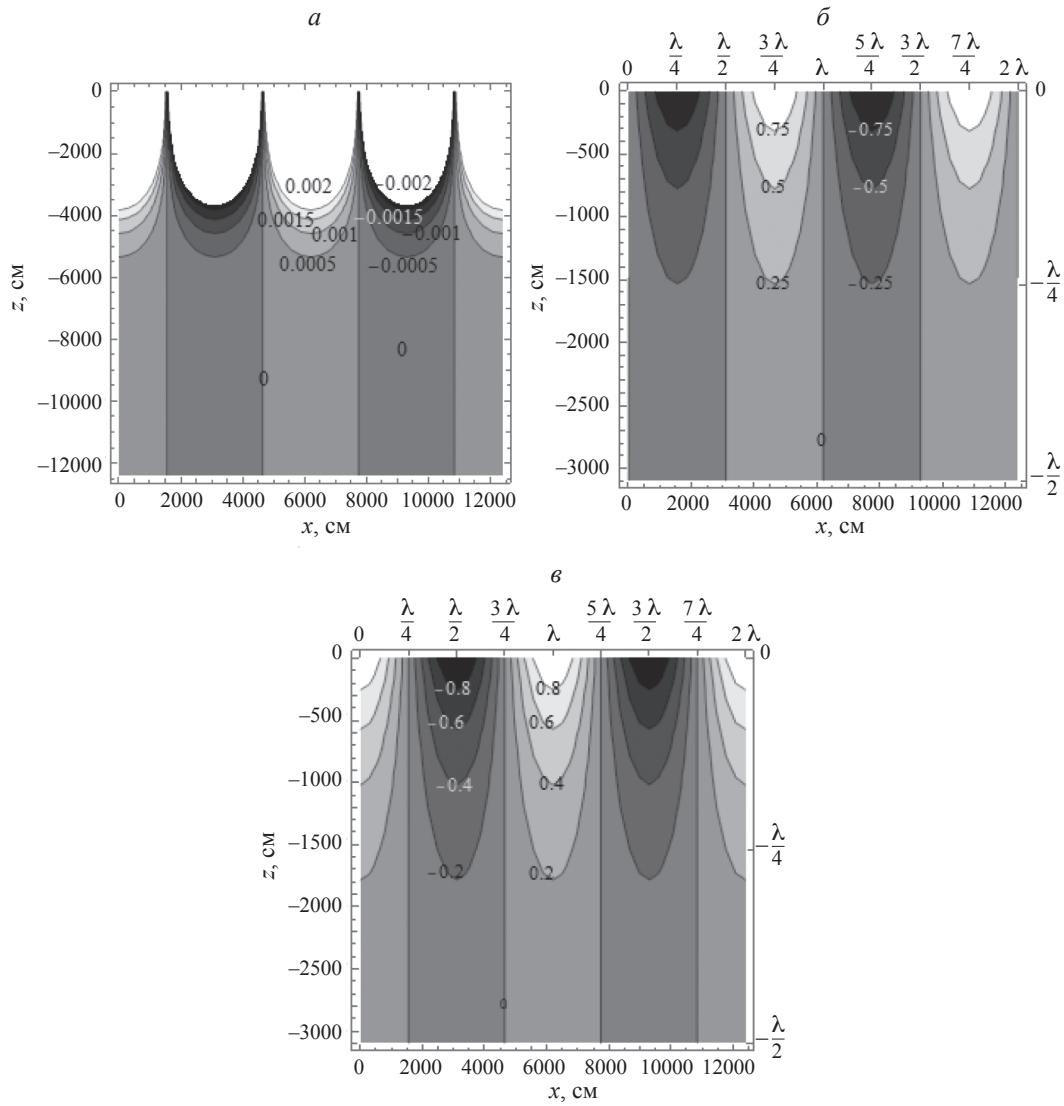


Рис. 2. Распределение волнового компонента плотности (а), нормированной на максимальное значение горизонтальной компоненты плотности (б) и нормированной на максимальное значение вертикальной компоненты плотности (в).

$\omega = 1 \text{ c}^{-1}$ и амплитудой, составляющей 10 процентов от длины волны. Профиль возмущения свободной поверхности изображен на рис. 1. На рис. 2а изображено периодическое возмущение

волнового компонента плотности, а на рис. 2б и рис. 2в — нормированное на свое максимальное значение распределение горизонтальной и вертикальной компоненты градиента плотности со-

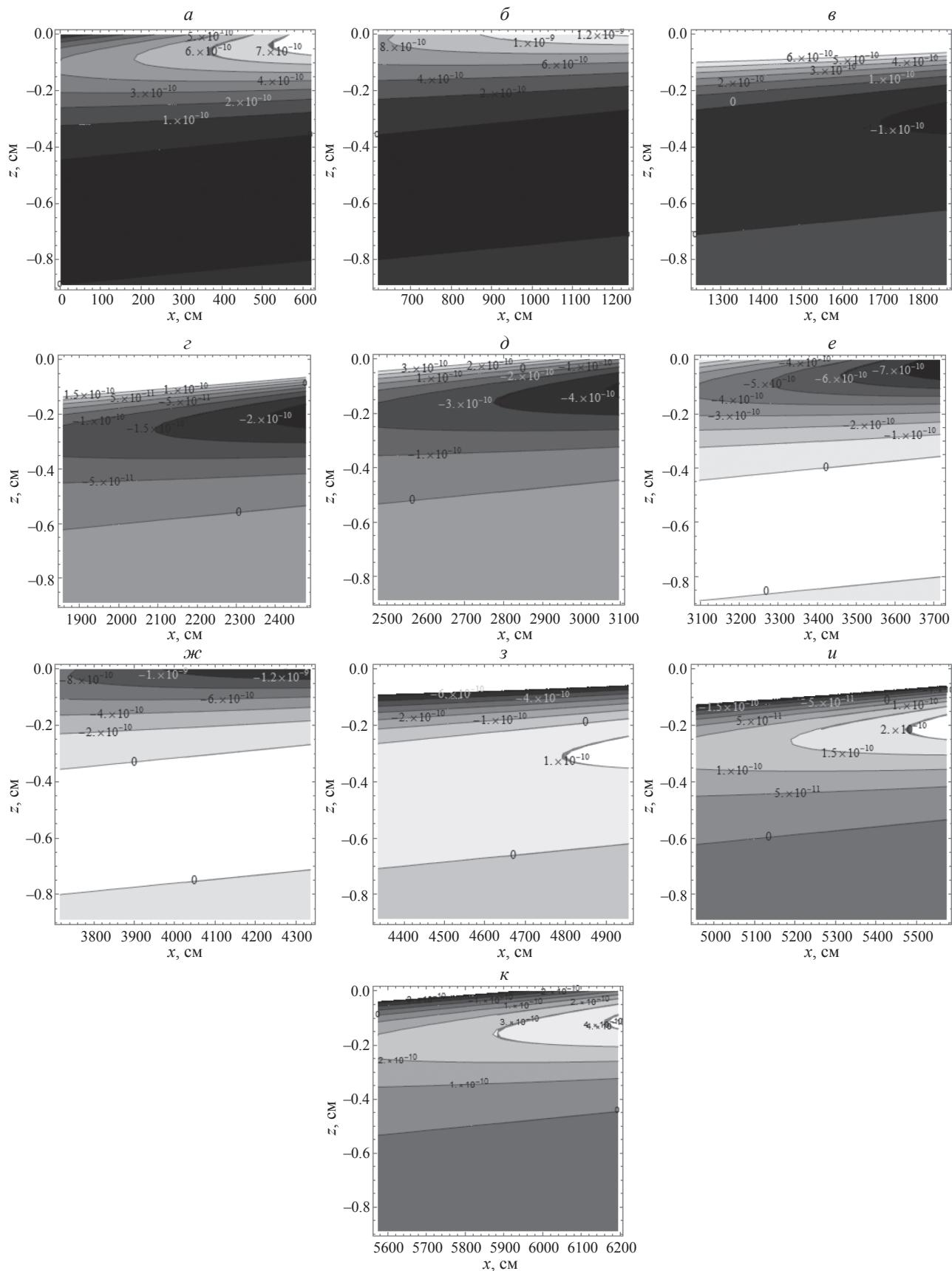


Рис. 3. Распределение лигаментного компонента плотности на участке от начала координат до 0.1λ (α), от 0.1λ до 0.2λ (β), от 0.2λ до 0.3λ (γ), от 0.3λ до 0.4λ (δ), от 0.4λ до 0.5λ (ϑ), от 0.5λ до 0.6λ (ε), от 0.6λ до 0.7λ (ζ), от 0.7λ до 0.8λ (ζ), от 0.8λ до 0.9λ (u), от 0.9λ до λ (κ).

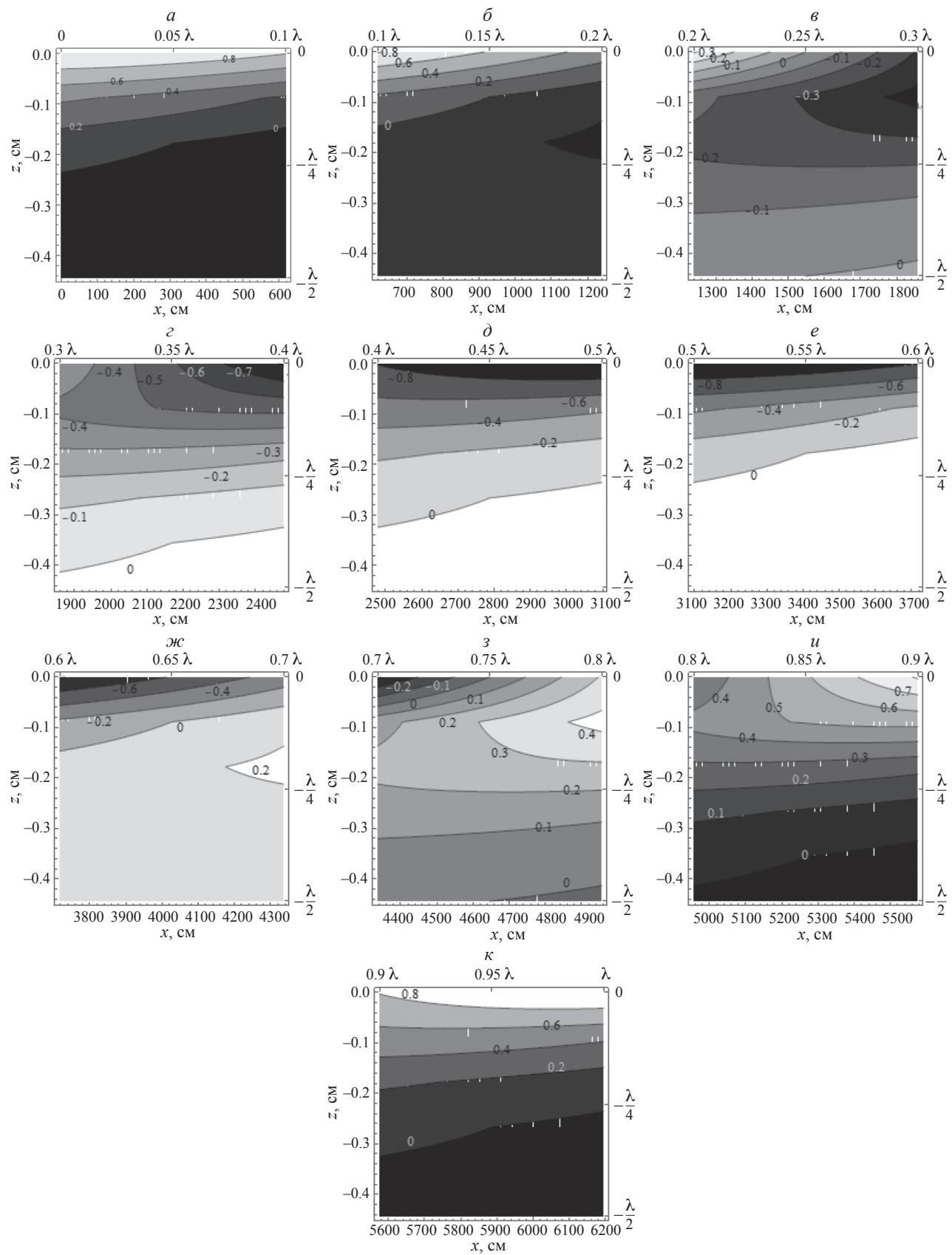


Рис. 4. Распределение лигаментной составляющей горизонтальной компоненты плотности, нормированной на свое максимальное значение на участке от начала координат до 0.1λ (*a*), от 0.1λ до 0.2λ (*b*), от 0.2λ до 0.3λ (*c*), от 0.3λ до 0.4λ (*d*), от 0.4λ до 0.5λ (*e*), от 0.5λ до 0.6λ (*f*), от 0.6λ до 0.7λ (*ж*), от 0.7λ до 0.8λ (*з*), от 0.8λ до 0.9λ (*и*), от 0.9λ до λ (*к*).

ответственно. Лигаментные компоненты определяют тонкую структуру и их построение, и расчеты необходимо выполнять с большим разрешением. На рис. 3 a –3 c построены возмущения плотности лигаментного компонента на разных участках длины волны. Построения выполнялись с шагом 0.1 доли толщины лигамента [12] по вертикальной и по горизонтальной координатам. На рис. 4 a –4 c представлены рассчитанная с высоким разрешением горизонтальная компонента градиента лигаментной составляющей возмущения плотности, нормированная на свое максимальное значение.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, нами предложено подробное описание методики получения регулярных и сингулярных компонентов дисперсионных соотношений поверхностных периодических течений жидкости. На примере вязкой двумерной экспоненциально стратифицированной несжимаемой жидкости получено описание волновых (регулярных) и лигаментных (сингулярных) компонентов течения физических переменных. Лигаментные компоненты течения определяют тонкоструктурные элементы и характеризуют наблюдающиеся в экспериментах распределения физических величин. Расчеты показывают, что сопутствующая тонкая структура лучше всего должна наблюдаться вблизи середины среза и фронта поверхностной волны.

Работа выполнена в лаборатории механики жидкостей по теме государственного

задания ИПМех РАН им. А.Ю. Ишлинского № 124012500442-3.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ильиных А.Ю. // Изв. РАН. Сер. физ. 2023. Т. 87. № 1. С. 99; *Ilnykh A.Yu.* // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2023. V. 87. No. 1. P. 83.
2. Toffoli A., Bitner-Gregersen E.M. // Encyclopedia of maritime and offshore engineering, 2017.
3. Zhang Z., Pan Y. // J. Fluid Mech. 2022. V. 933. P. A58.
4. Falcon E., Mordant N. // Ann. Rev. Fluid Mech. 2022. V. 54. P. 1.
5. Liao B., Dong G., Ma Y., Ma X. // Fluids. 2023. No. 8. P. 125.
6. Абрашкин А.А., Пелиновский Е.Н. // УФН. 2022. Т. 192. № 5. С. 491; Abrashkin A.A., Pelinovsky E.N. // Phys. Usp. 2022. V. 65. No. 5. P. 453.
7. Слюняев А.В. // Изв. РАН. Физ. атм. и океана. 2023. Т. 59. № 6. С. 793; Slunyaev A.V. // Izv. Atm. Ocean. Phys. 2023. V. 59. No. 6. P. 701.
8. Abolfazli E., Liang J.H., Fan Y. et al. // J. Geophys. Res. Oceans. 2020. V. 125. No. 7. P. e2018JC014820.
9. Wright C.J., Hindley N.P., Alexander M.J. et al. // Nature. 2022. V. 609. No. 7928. P. 741.
10. Федоров К.Н. Тонкая термохалинная структура океана. Л.: Гидрометеоиздат, 1976. 184 с.
11. Очиров А.А., Чашечкин Ю.Д. // Изв. РАН. Сер. Физ. атм. и океана. 2024. Т. 60. № 1. С. 3; Ochirov A.A., Chashechkin Y.D. // Izv. Atm. Ocean. Phys. 2024. V. 60. No. 1. P. 1.
12. Чашечкин Ю.Д., Очиров А.А. // Доклады РАН. Физика, техн. науки. 2023. Т. 513. № 1. С. 95.
13. Найфэ А. Введение в методы возмущений М.: Мир, 1984. 535 с.

Waves and fine structures of physical variables in a viscous stratified liquid

A. A. Ochirov^{a,*}, U. O. Trifonova^b

^a*Ishlinsky Institute for Problems in Mechanics of the Russian Academy of Sciences, Moscow, 119526 Russia*

^b*Demidov Yaroslavl State University, Yaroslavl, 150000 Russia*

*e-mail: otchirov@mail.ru

The surface perturbation in a viscous, stratified liquid is investigated in a two-dimensional setting. Expressions for the dynamics of periodic surface motion and the fine-scale structure of currents are derived. Distributions of the wave and ligament components of the density, density gradients, and pressure are constructed. A fine structure accompanying the wave component of the flow is identified in physically measurable variables.

Keywords: viscous liquid, stratification, waves, ligaments, fine structure.